NTNU
Kunnskap for en bedre verden

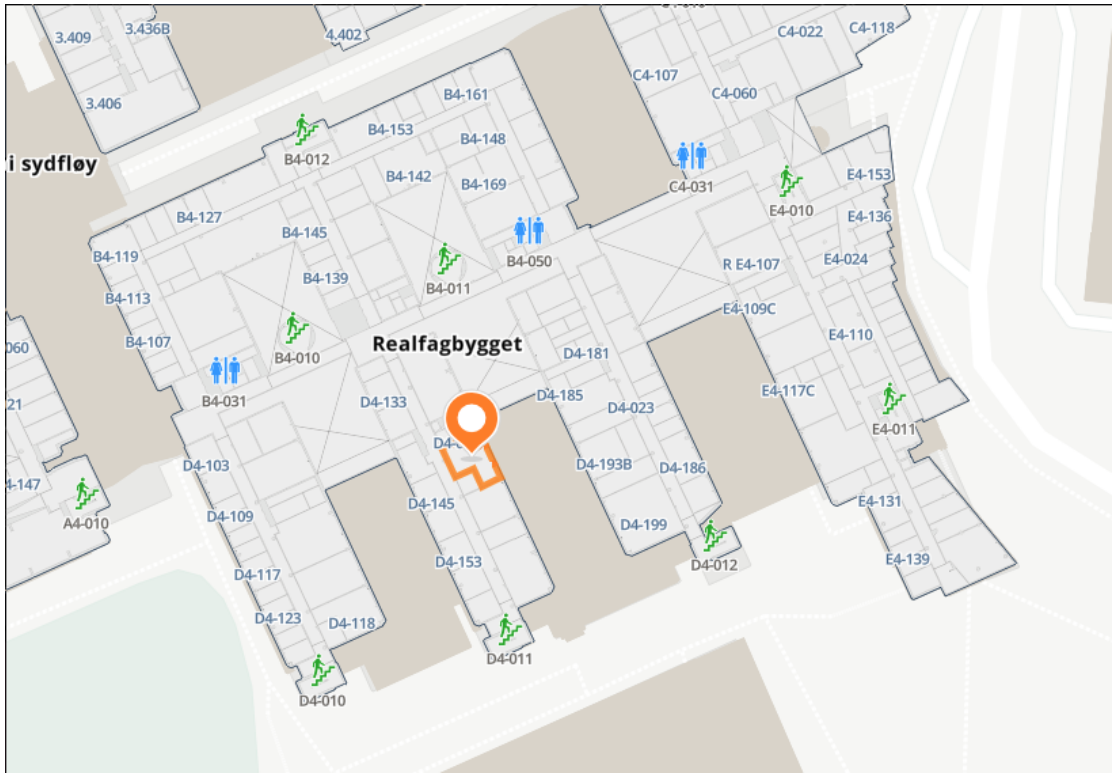
Fysikklab

David Kleiven
Institutt for fysikk, NTNU

August 19, 2019

Kontaktinformasjon

Kontor: D4-140

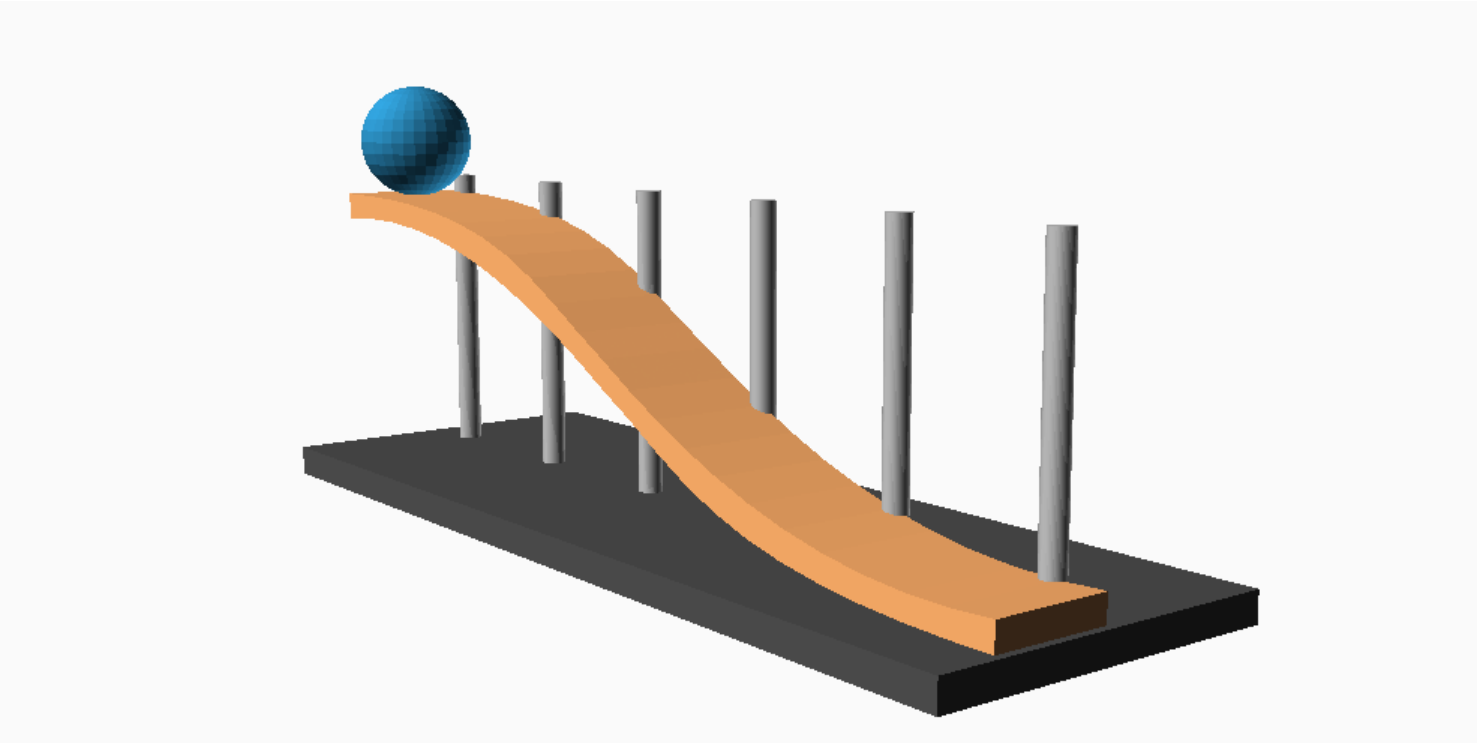


✉ david.kleiven@ntnu.no

Læringsmål

- ✓ Etablere en grunnleggende forståelse for og innsikt i fysikkens vitenskapelige metode
- ✓ Få trening i å bruke IKT-verktøy for matematisk modellering og numeriske beregninger
- ✓ Få erfaring med eksperimentelt arbeid og usikkerhetsanalyse
- ✓ Få trening i å skrive en vitenskapelig rapport

Prosjekt: Berg- og dalbane



- Ulike objekter
- Dempede svingninger
- G-krefter, hopper ballen?

Opplegg

- Grupper på 4 studenter
- 5 oppmøter på lab
- Hver gruppe forholder seg til en labassistent

Obligatoriske innleveringer

1. Plan for prosjektet. Hva skal dere gjøre?
2. Rapport. Hva har dere gjort? Hva kom dere frem til?

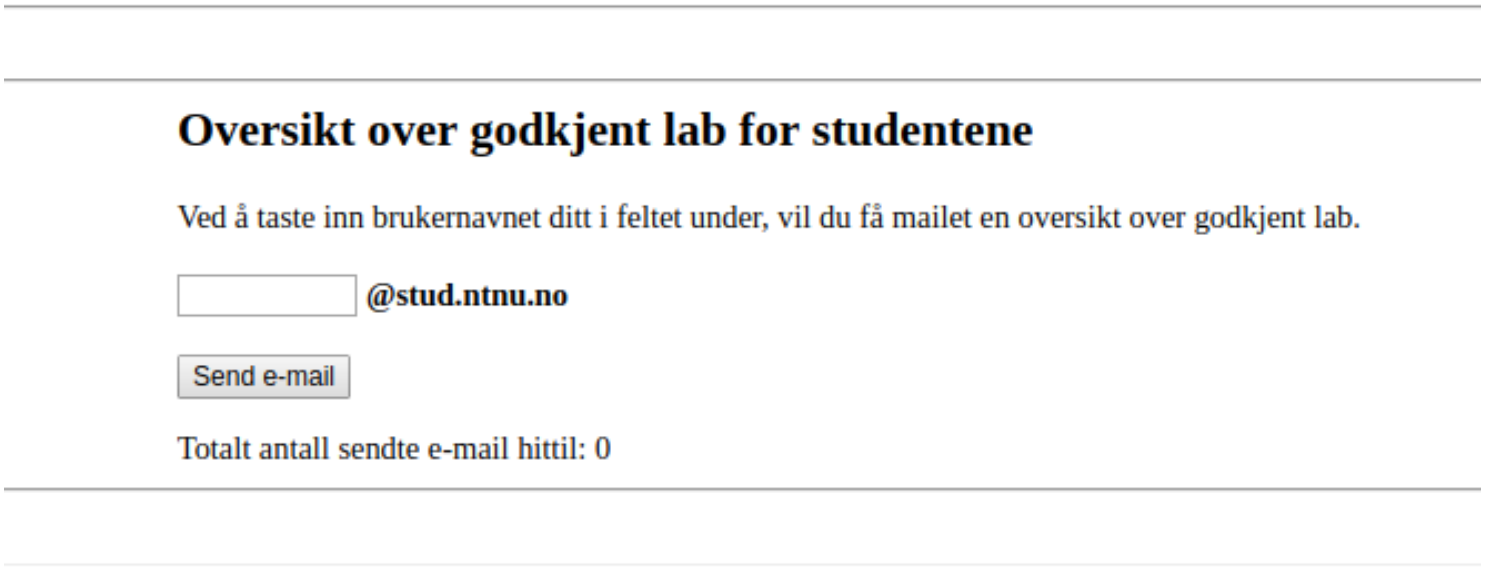
Nettside for laben:
http://home.phys.ntnu.no/brukdef/undervisning/fyslab/

Program

Økt 1	Rulling på skråplan	Plan for prosjekt
Økt 2	Forsøksplanlegging	Revidert plan
Økt 3	Eksperiment og usikkerhetsanalyse	
Økt 4	Analyse, numerikk, rapport	Rapport
Økt 5	Rapportveiledning	Revidert rapport

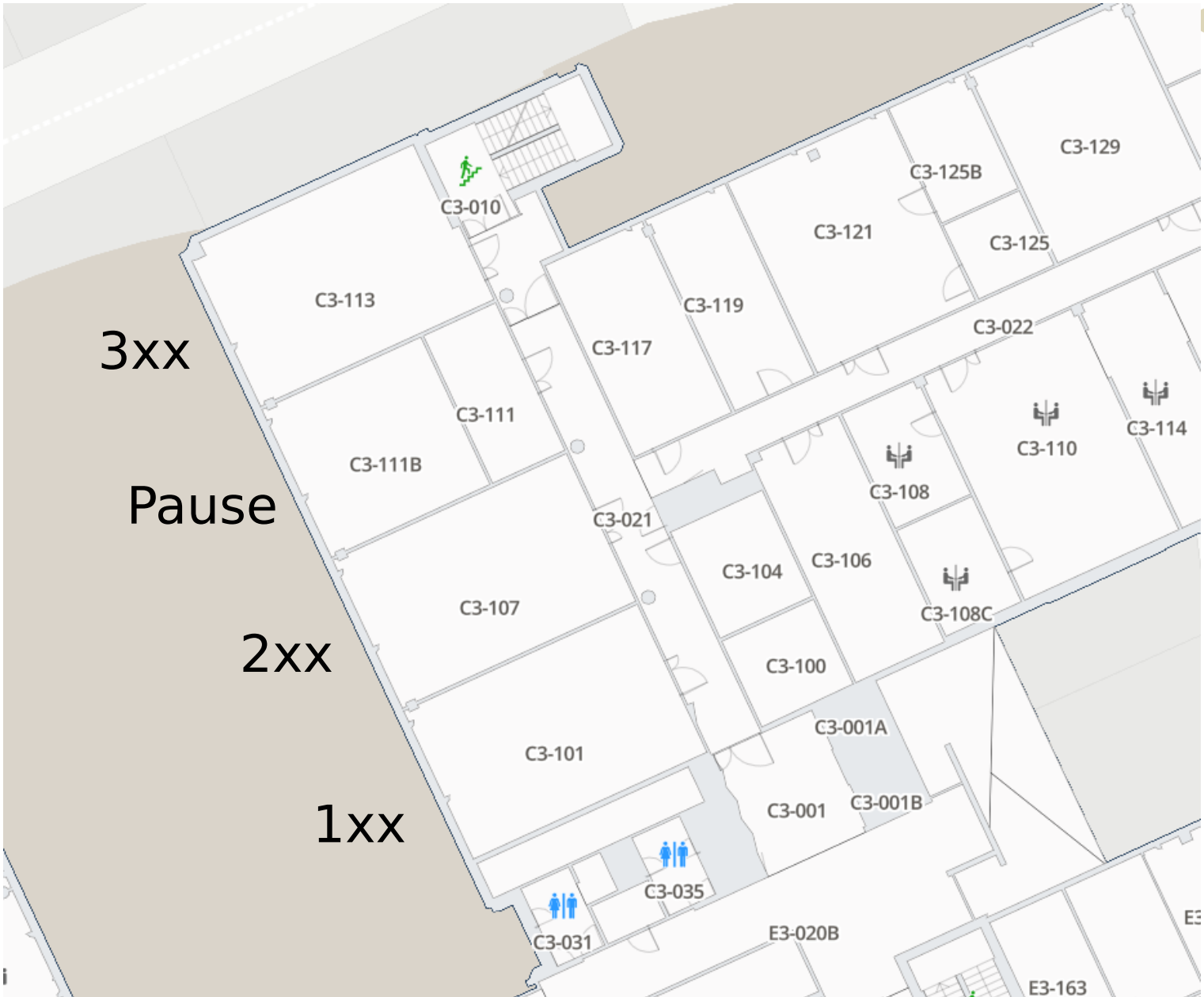
- Økt 1 begynner i uke 36 (mandag 02. september)
- Økt 5 avsluttes i uke 45

Oppmelding



- Oppmelding skjer via Øvingssystemet
- Antall planlagte økter er tilpasset til antall studenter på de ulike studieprogrammene.
- Registreringen er åpen
- Oppmelding åpner torsdag 22. aug kl. 10:00
- Første mann til mølla! Ta kontakt med meg dersom ingen tidspunkter passer.

Gruppenummer



Oppgavetekster

Finnes på nettsiden til laben.

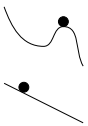
1

Rulling på skråplan

Velkommen til laboratorium i fysikk!

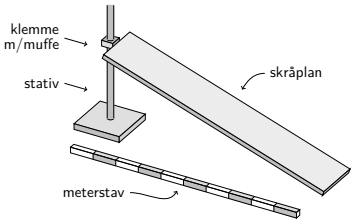
Formålet med økt 1 er at dere skal bli kjent med utstyret og metodene dere skal bruke i hovedoppgaven dere møter i økt 2–4.

Hovedoppgaven for laboratorieundervisningen i fysikk har temaet «rulling i en berg-og-dal-bane». I en berg-og-dal-bane er underlaget krumt. Derfor vil hastigheten og akselerasjonen til en ring som ruller ned banen variere med hvor i banen ringen befinner seg. For å varme opp til denne oppgaven skal dere i økt 1 se på rulling på skråplan. På veien skal dere også lære litt om måleusikkerhet og, hvis dere får tid, gjøre en enkel måling av tyngdeakselerasjonen.



Utstyrsoppsett

Sett opp skråplanet som vist i figuren. Kameraet plasseres på gulvet med linsen vinkelrett på helningsretningen til skråplanet.

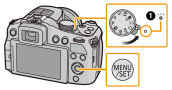


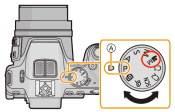
- stativ
- klemme med muffe
- skråplan av tre
- meterstav
- ring, bordtennisball, stålkule
- høyhastighetskamera m/stativ
- Tracker
  (på egen PC eller på delt lab-PC)

Bli kjent med kameraet

Dere skal filme rullebevegelsen ved hjelp av høyhastighetskameraet. Brukermanualen til kameraet finnes på http://home.phys.ntnu.no/brukdef/undervisning/fyslab/utstyr. Her finner dere også en kort instruks for de mest brukte funksjonene til kameraet.

1. Plugg støpselet i veggen og slå på kameraet ved hjelp av vippebryteren ved siden av funksjonsdreieknappen på toppen av kameraet. Husk å ta av linsedekselet.
2. Skift funksjon ved hjelp av funksjonsdreieknappen. Film velges ved å dreie funksjonsvelgeren til symbolet merket med en rød sirkel i figuren.
3. Velg høyhastighetsfilming ved å bekrefte med Set. Velg en bilderate på 100 fps.



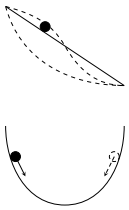


2

Rulling i en berg-og-dal-bane

Hovedoppgaven i laboratorieundervisningen i fysikk har temaet «rulling i en berg-og-dal-bane». Oppsettet dere har tilgjengelig gjør det mulig for dere å selv variere profilen til banen og objektet som ruller. Innenfor disse rammene skal dere designe et problem dere vil studere nærmere og utforske det eksperimentelt. Eksempler på problemstillinger dere kan velge å se på er:

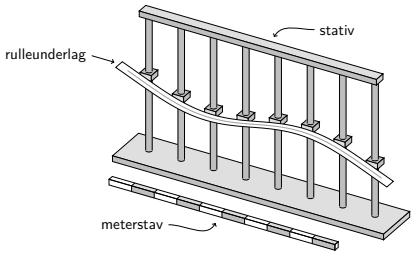
- *Rulling med ulike treghetsmomenter.* Hvilket objekt ruller raskest? Sammenligning med teoretiske verdier.
- *Raskeste vei ned.* Hvilken profil minimerer rulletiden mellom de to endepunktene til banen?
- *Rullefriksjon. Energitap.* En presis måling av tidsbruken ned banen og sammenligning med numerikk for å bestemme tapet av mekanisk energi.
- *Dempede svingninger.* Måling av energitapsraten ved å studere oscillasjoner i en U-formet bane.



Uansett hvilken problemstilling dere velger skal Newtons andre lov for systemet løses numerisk og dere skal gjøre en sammenligning av de eksperimentelle og numeriske resultatene.

Utstyrsoppsett

Sett opp berg-og-dal-banen med valgt profil. Bruk underlaget med smalt spor til bordtennisballen og stålkula og underlaget med bredt spor til ringen. Pass på at helningsvinkelen til banen er liten nok til å unngå sluring. Kameraet plasseres på gulvet med linsen vinkelrett på banens midtpunkt.

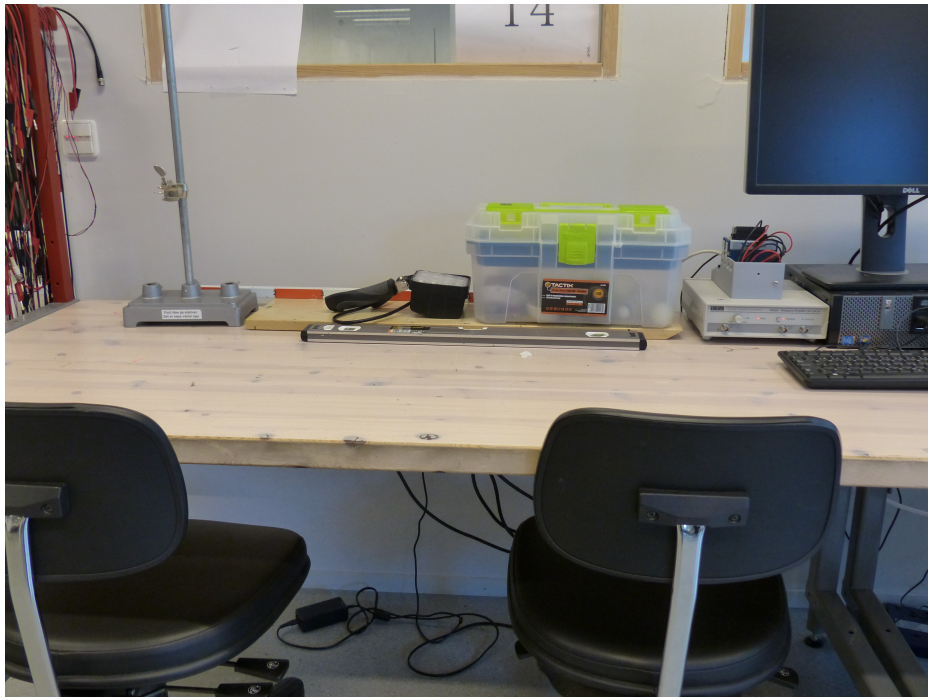


- stativ til berg-og-dal-bane
- 2 utskiftbare rulleunderlag
- meterstav
- ring, bordtennisball, stålkule, . . .
- høyhastighetskamera m/stativ
- Tracker
  (på egen PC eller på delt lab-PC)

Ryddighet

Plassen skal være i bedre stand når du forlater den, enn da du kom!

(Ca. 500 studenter innom laben hver uke)



Journal

Hvorfor skal man føre journal?

- Gir systematikk i arbeidet
- Gir oversikt over hva som er gjort
- Informasjon for senere bruk (rapport!)
- Man kan lettere reprodusere eksperimentet

Generelt (gjelder for de aller fleste): Man husker ikke detaljer om hva man har gjort.

Viktig!

Journalen er ikke er ferdig rapport, men inneholder detaljene dere trenger for å skrive rapporten.

Info:
http://home.phys.ntnu.no/brukdef/undervisning/fyslab/journal.html

Rapport

- Frist første innlevering: 1 uke etter økt 4
- Frist andre innlevering: 1 uke etter økt 5
- 0, 65, 85, 100 poeng. Teller 10% av karakteren.

Innhold

- Skal skrives i LaTeX(mal finnes på nettsiden)
- Skal inneholde kvantitativ usikkerhetsanalyse
- Skal inneholde numeriske resultater
- Maksimal lengde 3000 ord (< 5 sider)
- Detaljerte retningslinjer ligger på nettsidene

Eksempelrapport

Bestemmelse av tyngdeakselerasjonen via rulling på skråplan

V. Risinggård[a]

[a] *Institutt for fysikk, Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, 7491 Trondheim.*

Sammendrag

En enkel måte å måle tyngdeakselerasjonen på er å måle akselerasjonen til et objekt som ruller ned et skråplan. Måleusikkerheten minimeres dersom det rullende objektet er en ring eller en hul sylinder. Ved hjelp av høyhastighetsfilming ble tyngdeakselerasjonen på denne måten målt til å være $(7{,}5 \pm 0{,}3)\,\mathrm{m/s^2}$. Det systematiske avviket fra den beste kjente verdien for g på stedet, $(9{,}8214675 \pm 0{,}0000004)\,\mathrm{m/s^2}$, ser ut til å være et samspill mellom flere effekter som er utelatt i den teoretiske modellen som ble brukt til å analysere dataene.

1. Introduksjon

Galileo Galilei var en viktig forløper for moderne fysikk. I sitt arbeid samlet han store mengder eksperimentelle data som senere var en av Newtons inspirasjonskilder [1]. Galilei sammenfattet sin bevegelseslære i boken *Samtale om de to nye vitenskaper* [2]. Et av hovedtemaene i denne boken var rulling på skråplan. Galileis viktigste resultat i dette eksperimentet var at kulen han rullet ned skråplanet hadde en konstant akselerasjon. I denne rapporten snur vi om på Galileis klassiske eksperiment og bruker akselerasjonen til en ring som ruller ned et skråplan til å bestemme tyngdeakselerasjonen.

2. Teori

Den kinetiske energien til et objekt som ruller har to ledd, energien til tyngdepunktsbevegelsen og rotasjonsenergien (kap. 9.4, ref. [3]),

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}I_0\omega^2 = \tfrac{1}{2}(1+c)mv^2, \tag{1}$$

der v er hastigheten til tyngdepunktet, $I_0 = cmr^2$ er treghetsmomentet til objektet og ω er vinkelhastigheten. (Her brukte vi rullebetingelsen $v = \omega r$.) Siden et objekt som ruller langs et skråplan med helningsvinkel α har falt en avstand $h = x\sin\alpha$ i tyngdefeltet når den har beveget seg en avstand x langs planet (se figur 1) gir bevaring av mekanisk energi oss ligningen

$$mgx\sin\alpha = \tfrac{1}{2}(1+c)mv^2. \tag{2}$$

Hastighetsøkningen til et objekt som ruller en avstand x langs planet er altså

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \sqrt{\frac{2gx\sin\alpha}{1+c}}. \tag{3}$$

Ved å løse differensialligningen kan vi finne hastigheten som funksjon av tiden i stedet for posisjonen. Differensialligningen kan løses ved separasjon,

$$\sqrt{\frac{1+c}{2gx\sin\alpha}}\,\mathrm{d}x = \mathrm{d}t \quad \Rightarrow \quad x(t) = \frac{g\sin\alpha}{2(1+c)}t^2,$$

der vi brukte initialbetingelsen $x(0) = 0$. Akselerasjonen til tyngdepunktet er altså (eks. 10.5, ref. [3])

$$a = \frac{g\sin\alpha}{1+c}. \tag{4}$$

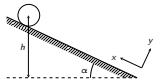
Ved å måle akselerasjonen til et objekt som ruller ned et skråplan kan vi dermed gjøre en enkel måling av tyngdeakselerasjonen,

$$g = \frac{(1+c)a}{\sin\alpha}. \tag{5}$$

Her har vi antatt at luftmotstanden og rullefriksjonen begge er neglisjerbare over de relevante hastighets- og tidsintervallene.

Alle målinger av fysiske størrelser er usikre. Usikkerheten kan anslås på grunnlag av f.eks. presisjonen til måleinstrumentet eller vedå regne ut standardfeilen til en måleserie. For å anslå usikkerheten i en avledet størrelse $f(x, y, \dots)$ kan vi regne ut feilen som propagrer til sluttsvaret ved hjelp av Gauss' feilforplantningslov [4],

$$\delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\delta y\right)^2 + \dots} \tag{6}$$



Figur 1: Objekt som ruller på skråplan. Skråplanet har en helningsvinkel α. Når objektet har beveget seg en avstand x langs skråplanet vil den ha falt en avstand $h = x\sin\alpha$ i tyngdefeltet.

5. januar 2018

Ligning (5) inneholder én størrelse som er gitt av oppsettet, α, én størrelse som måles, a, og én størrelse vi kan velge gjennom å velge hvilket objekt vi ruller ned planet, c. Objektet bør velges slik at bidraget fra feilen i c til feilen i g minimeres. Fra Gauss' feilforplantningslov framgår det at dette gjøres ved å minimere $|\partial g/\partial c| = |a/\sin\alpha| = |g/(1+c)|$. Om vi ser på et utvalg mulige objekter, slik som en ring ($c = 1$), et kuleskall ($c = 2/3$), en massiv sylinder ($c = 1/2$) og en massiv kule ($p = 2/5$) ser vi at $|\partial g/\partial c|$ minimeres av å rulle en ring ned planet.

3. Metode

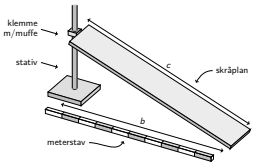
Figur 2 viser en skisse av forsøksoppstillingen som ble brukt. En ring med masse $m = (1{,}00 \pm 0{,}05)\,\mathrm{g}$ rulles ned skråplanet. Akselerasjonen til ringen måles ved å filme bevegelsen med et høyhastighetskamera, spore ringen i Tracker [5] og gjøre en kvaderatisk regresjonstilpasning til den resulterende tids–posisjons-grafen. Usikkerheten i målingen bestemmes ved å gjenta forsøket og beregne en gjennomsnittsakselerasjon og en standardfeil.

Rullebevegelsen ble reprodusert numerisk ved å løse ligning (3) ved hjelp av Eulers metode med steglengde $h = 0{,}01\,\mathrm{s}$.

Den teoretiske modellen vi bruker til å analysere dataene baserer seg på en antakelse om ren rulling (ingen sluring). Gyldigheten av denne antakelsen kan studeres i filmen av bevegelsen.

4. Resultater

Skråplanets lengde c og hosliggende katet b ble målt til hhv. $(77{,}00 \pm 0{,}05)\,\mathrm{cm}$ og $(73{,}2 \pm 0{,}3)\,\mathrm{cm}$ (se figur 2), der usikkerhetene er anslag basert på avlesningsnøyaktigheten.



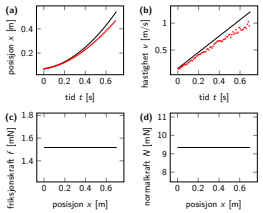
Figur 2: Utstyrsoppsett. Skråplan med variabel helningsvinkel konstruert vha. et stativ og et plan av tre. Meterstaven er plassert godt synlig i oppsettet for å gjøre det enkelt å skalere oppsettet i Tracker. Skråplanets hypotenus c og hosliggende katet b er inntegnet.

Dette gir en helningsvinkel på $(18{,}0 \pm 0{,}7)^\circ$ der usikkerheten i vinkelen er beregnet ved hjelp av Gauss' feilforplantningslov. Det ble tatt 22 målinger av akselerasjonen til ringen ned planet. Gjennomsnittet av og standardfeilen i disse verdiene gir en akselerasjon på $(1{,}17 \pm 0{,}01)\,\mathrm{m/s^2}$. Dette gir en tyngdeakselerasjon på $(7{,}5 \pm 0{,}3)\,\mathrm{m/s^2}$ der usikkerheten igjen er beregnet ved bruk av Gauss' feilforplantningslov og vi neglisjerte usikkerheten i treghetsmomentet.

Et tilfeldig valgt datasett (måling #7) er vist i figur 3 sammen med den numeriske løsningen av ligning (3). (Initiell posisjon og hastighet til bruk i numerikken ble hentet ut fra de eksperimentelle dataene ved å gjøre en kurvetilpasning av de eksperimentelle dataene mot en parabel.) Vi ser at den eksperimentelt målte hastigheten er betydelig lavere enn den teoretiske verdien, som er basert på energibevarelse. Dette er i overensstemmelse med at den målte tyngdeakselerasjonen er relativt lav. Vi kommenterer på mulige årsaker til dette i neste avsnitt. Som forventet er den beregnede friksjons- og normalkraften begge konstante [figur 3(c) og (d)].

5. Diskusjon

I 1971 målte Kartverket (dåværende Statens kartverk) tyngdeakselerasjonen i kjelleren på Gamle Fysikk, NTNU, Trondheim til å være $(9{,}8214675 \pm 0{,}0000004)\,\mathrm{m/s}$ [6]. Den målte verdien for tyngdeakselerasjonen i det aktuelle forsøket avviker betydelig fra denne verdien. Dette er å forvente da målemetoden er relativt primitiv. Den reelle verdien for g målt av Kartverket ligger imidlertid utenfor usikkerhetsintervallet til den inneværende målingen. Dette tyder på



Figur 3: Eksperimentelle og numeriske resultater. Den heltrukne linjen er numeriske resultater oppnådd ved å løse ligning (3) vha. Eulers metode. Punktene er eksperimentelle resultater (måling #7). (a) Posisjon x sfa. tid t. (b) Hastighet v sfa. tid t. (c) Friksjonskraft f sfa. posisjon x på skråplanet. (d) Normalkraft N sfa. posisjon x på skråplanet.

systematiske feil i forsøksoppsettet.

Vi baserer målingen av helningsvinkelen på å måle skråplanets hypotenus og hosliggende katet. Avstander langs skråplanet (hypotenusen) kan måles med en sikkerhet som kun er begrenset av nøyaktigheten i avlesningen av meterstaven. Denne feilen har vi regnet med vil ligge i størrelsesordenen $\pm 0{,}5\,\mathrm{mm}$. Målingen av hosliggende katet vil ha en større usikkerhet fordi vi må regne med en viss usikkerhet i endepunktet til kateten som bestemmes ved å felle ned en normal på underlaget til skråplanet. Vi har derfor regnet med at usikkerheten i kateten kan bli opp til $\pm 3\,\mathrm{mm}$. Størrelsen på de systematiske feilene gjør det uaktuelt at målingen av vinkelen står for hele avviket fra den reelle verdien, noe som ville innebåret et avvik i lengdemålingene i størrelsesorden $1{,}5\,\mathrm{cm}$. En kontroll av horisontalretningen med et vaterpass bekrefter at heller ikke en eventuell helning på underlaget til skråplanet kan stå for avviket.

De mulige systematiske feilkildene som gjenstår er knyttet til forenklinger i den teoretiske modellen vi bruker til å beskrive systemet. I modellen neglisjerer vi sluring, luftmotstand og rullemotstand og antok at ringen hadde neglisjerbar tykkelse ($p = 0$). I realiteten kan alle disse effektene spille inn på resultatet. Ringens endelige tykkelse kan avskrives med en gang, da en endelig tykkelse ($p < 0$) gir en lavere tyngdeakselerasjon. Inspeksjon av videoklippene viser at eventuelle avvik fra ren rulling (dvs. at $v = \omega r + \delta v$) er for små til å forklare avstanden mellom vår måling og målingen til Kartverket.

Dersom luftmotstanden er betydelig vil ringen etterhvert nå terminalhastigheten. Betydelig luftmotstand innebærer derfor at vi vil se avvik fra en kvaderatisk modell. Regresjonsanalysen viser imidlertid ingen tegn på dette.

Dermed gjenstår rullemotstanden som kandidat til å forklare avviket fra Kartverkets måling av tyngdeakselerasjonen. Perfekt bevaring av mekanisk energi tilsier at hastigheten i bunnen av skråplanet skal være omlag 1,3–1,4 m/s. Den målte hastigheten er omlag 1 m/s (jf. figur 3). Det er imidlertid vanskelig å se for seg at rullemotstanden har tapt rundt 40–50 % av den mekaniske energien i systemet. Dette tyder på at avviket i den målte verdien for tyngdeakselerasjonen fra Kartverkets verdi er et resultat av et samspill mellom flere systematiske feil (sluring, luftmotstand og rullemotstand).

6. Konklusjon

Tyngdeakselerasjonen ble målt til $(7{,}5 \pm 0{,}3)\,\mathrm{m/s^2}$ ved å rulle en ring ned et skråplan. Den beste kjente verdien for g på stedet ligger godt utenfor dette usikkerhetsintervallet. Det systematiske avviket ser ut til å skyldes et samspill mellom flere effekter som er utelatt i den teoretiske modellen for systemet. En detaljert undersøkelse av hver av disse feilkildene er ikke foretatt.

[1] Weinberg, S.: *To explain the world: The discovery of modern science.* Harper Collins Publishers, 2015.
[2] Galilei, G.: *Dialogues concerning two new sciences.* Macmillan, 1914. Oversatt av H. Crew og A. de Salvio (https://goo.gl/61PUVK).
[3] Young, H. D. og R. A. Freedman: *University Physics.* Pearson Education, 14. utgave, 2016.
[4] Taylor, J. R.: *An Introduction to Error Analysis.* University Science Books, 2 utgave, 1997.
[5] Brown, D.: *Tracker.* http://physlets.org/tracker/, (sjekket 15.08.2017).
[6] Herland, E. V., I. B. Sperstad, K. Gjerden, A. H. Vaskinn, M. Lindgren, A. Mikkelsen og T. B. Melø: *Laboratorium i emnene TFY4115 Mekanisk fysikk og FY1001 Mekanisk fysikk for studenter ved studieprogrammene MTFYMA, MLREAL og BFY.* NTNU, 2011.

Vurderingsskjema for rapport

- Vurderingsskjema finnes på labens nettside
- Obs! 17 *formelle* krav!
- Typisk at figur med numerisk løsning av normal- og friksjonskraften er utelatt. **Sørg for at den blir inkludert!**

Tips

- Jobb selvstendig
- Sørg for at du forstår hva som skjer. Hvorfor blir resultatene slik som de blir? Spør de andre på gruppen, evt. labassistenten. Han/hun er der for å hjelpe!
- Skulle noe gå galt, ikke gi opp, men prøv igjen!
- En berg- og dalbane dekker svært mye av pensum (energibevarelse, sentripetalkrefter, normalkrefter, friksjonskrefter osv.). Har du full kontroll på dette, ligger du godt an til eksamen!

Velkommen til lab!