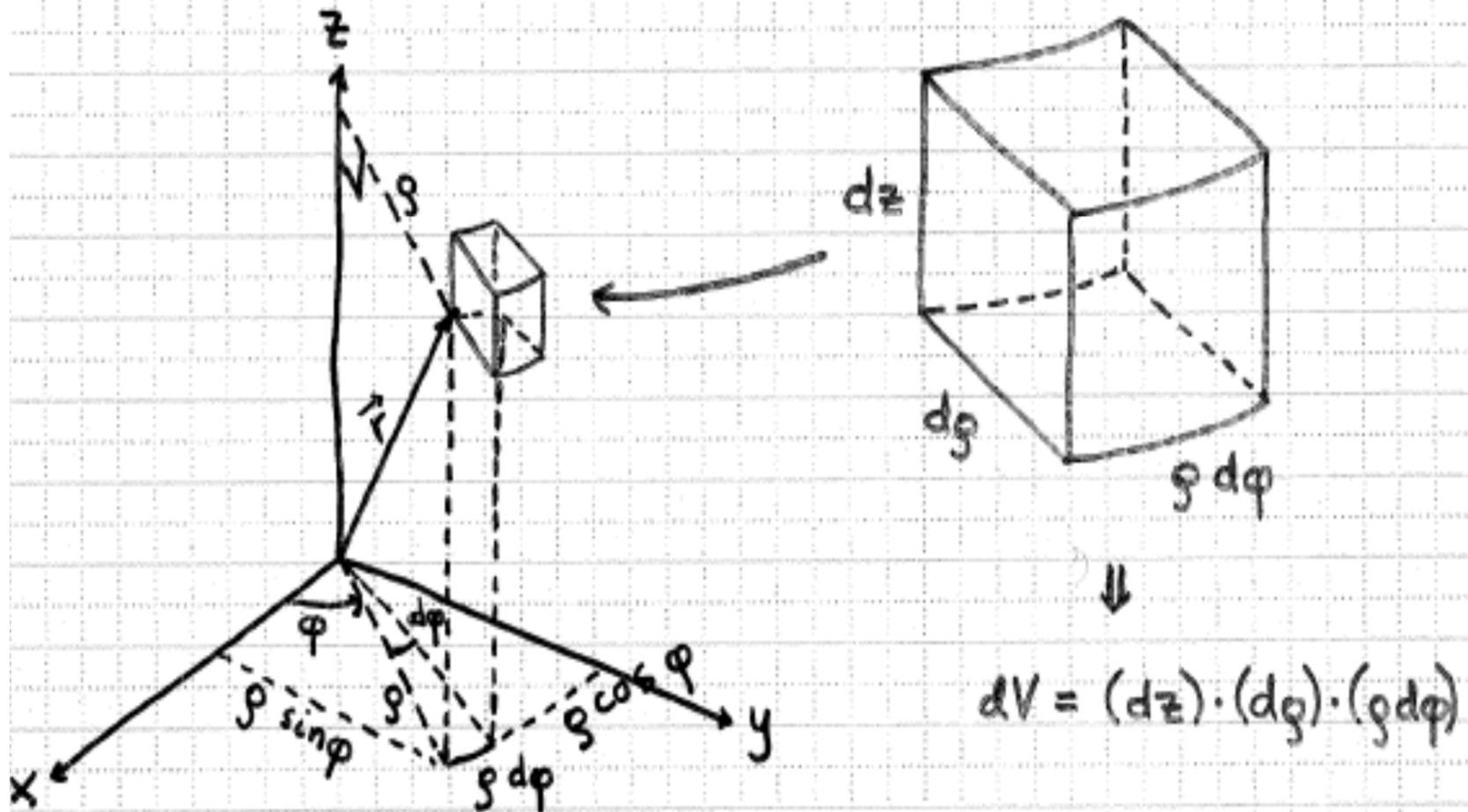


Sylinderkoordinater

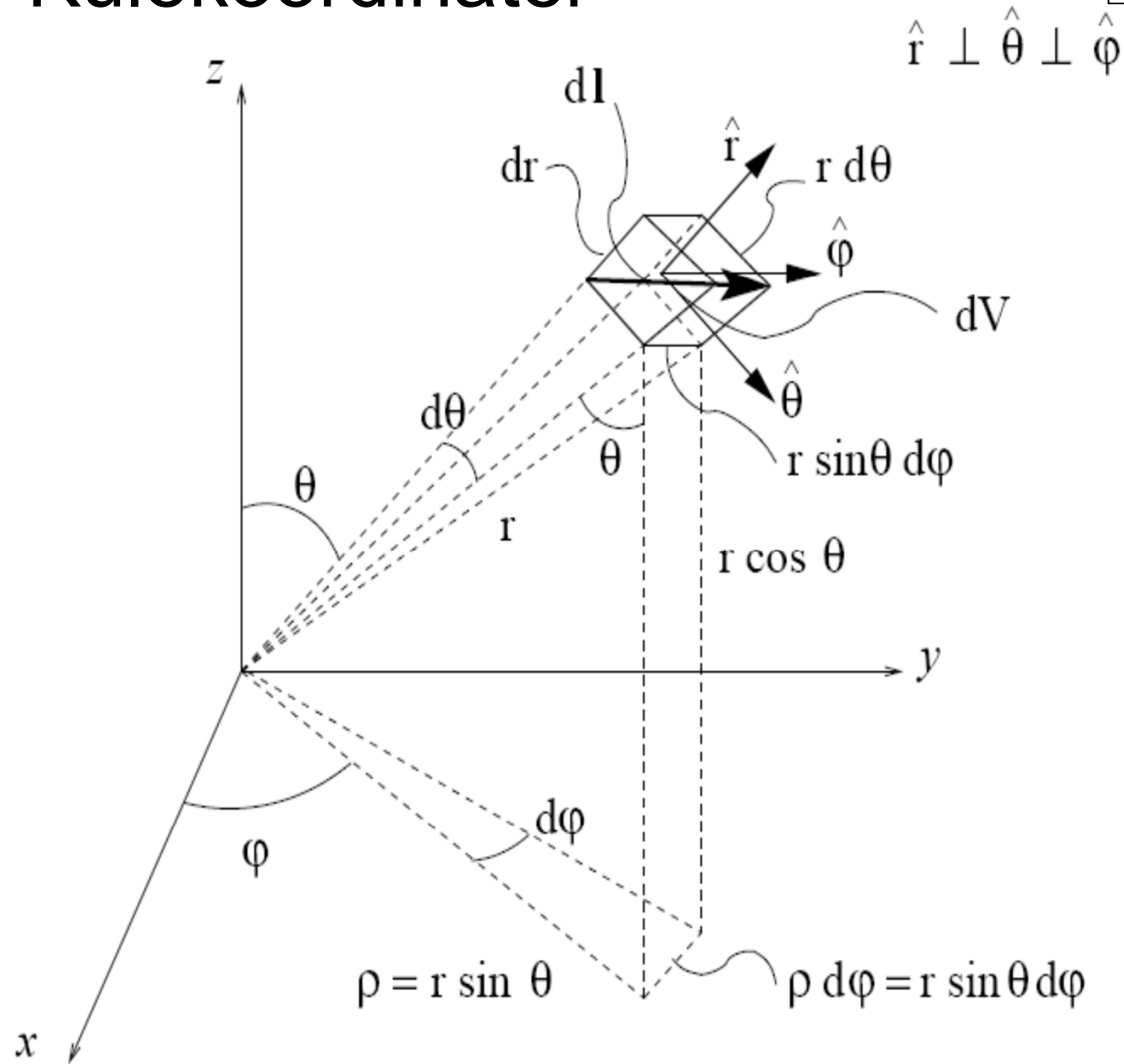
Figur: Støvneng

Mikkelsen bruker r og ikke ρ



Kulekoordinater

Figur: Støvneng



Infinitesimale volumelement dV

Kartesiske koordinater: $dV = dx \, dy \, dz$

Sylinderkoordinater: $dV = r \, d\varphi \cdot dr \cdot dz$

Integrert over φ : $dV = \int_0^{2\pi} d\varphi \cdot r \, dr \cdot dz = 2\pi r \, dr \, dz$

Når **syndersymmetri** bruk alltid dette uttrykket:

$$dV = 2\pi r \, dr \, l = \text{omkrets} \cdot \text{tykkelse} \cdot \text{høyde}$$

Kulekoordinater: $dV = dr \cdot r \, d\theta \cdot r \sin\theta \, d\varphi = \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \, r^2 \, dr$

Integrert over θ og φ : $dV = \int_0^\pi \sin\theta \, d\theta \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi \cdot r^2 \, dr = 2 \cdot 2\pi \cdot r^2 \, dr$

Når **kulesymmetri** bruk alltid dette uttrykket:

$$dV = 4\pi r^2 \, dr = \text{kuleareal} \cdot \text{tykkelse}$$

Taylorrekker

Talleksempler for $\sin x \approx x$

grader	x	$\sin x$	feil i %
0	0	0	0
5	0,0873	0,0872	0,1
10	0,1745	0,1736	0,5
20	0,349	0,342	2,0
30	0,524	0,500	4,8
40	0,698	0,643	7,9

Taylorrekker

Talleksempel for $\sin x \approx x - \frac{1}{6} x^3$

grader	$x - x^3/6$	$\sin x$	feil i %
0	0	0	0
5	0,0872	0,0872	0
10	0,1736	0,1736	0
20	0,342	0,342	0
30	0,500	0,500	0
40	0,641	0,643	-0,3

Taylorrekker

Taylorrekka til $f(x)$ om $x = 0$. Også kalt Maclaurinrekka:

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{1 \cdot 2}x^2 + \frac{f'''(0)}{1 \cdot 2 \cdot 3}x^3 + \dots$$

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$$

Taylorrekka til $f(x)$ om $x = a$:

$$f(x - a) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x - a)^n$$

Taylorrekker (Maclaurinrekker)

Eksempler:

$$1) \quad (1 - x)^{-1} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} x^n$$

$$2) \quad (1 + x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n$$

Generelt: $(1 \pm x)^\alpha = 1 \pm \alpha x$ for $x \ll 1$

$$3) \quad e^x = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} x^n$$

4) Ekstraøvingen opg. 6:

$\sin x, \quad \cos x, \quad (1+x)^\alpha, \quad \ln(1+x)$

Viktig approksimasjon fra Maclaurinrekke:

$$(1 \pm x)^\alpha \approx 1 \pm \alpha x \quad \text{når } x \ll 1$$

Eksempler:

$$(1+x)^2 \approx 1+2x \quad \text{eksakt: } 1+2x+x^2$$

$$(1-x)^3 \approx 1-3x \quad \text{eksakt: } 1-3x+3x^2-x^3$$

$$(1+x)^{-1} \approx 1-x$$

$$\sqrt{1+x} = (1+x)^{1/2} \approx 1 + \frac{1}{2}x$$

$$(1+1/x)^{-1} \approx 1 - 1/x \quad \text{når } x \gg 1$$

$$(1+(R/x)^2)^{-1/2} \approx 1 - \frac{1}{2} (R/x)^2 \quad \text{for } x \gg R, \text{ dvs. } R/x \ll 1$$

Må skrives på form
 $(1 \pm (\text{lite}))^{\text{noe}}$