

Institutt for fysikk

Eksamensoppgave i
TFY4115 FYSIKK
for MTNANO, MTTK og MTELSYS

Faglig kontakt under eksamen: Institutt for fysikk v/Arne Mikkelsen
Tlf.: 486 05 392

Eksamensdato: Lørdag 19. desember 2015

Eksamenstid: 09:00 - 13:00

Tillatte hjelpemidler (kode C):

Bestemt enkel godkjent kalkulator.

Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).

Vedlagt formelark.

Annen informasjon:

1. Prosenttallene i parentes etter hver oppgave angir hvor mye den vektlegges ved bedømmelsen.
2. Noen generelle faglige merknader:
 - Symboler er angitt i kursiv (f.eks. m for masse), enheter angis uten kursiv (f.eks. m for meter).
 - \hat{x} , \hat{y} og \hat{z} er enhetsvektorer i henholdsvis x -, y - og z -retning.
 - Ved tallsvar kreves både tall og enhet.
3. I flervalgsspørsmålene er kun ett av svarene rett. Du skal altså svare A, B, C, D eller E (stor bokstav) eller du kan svare blankt. **Rett svar gir 5 poeng, galt svar eller flere svar gir 0 poeng, blank (ubesvart) gir 1 poeng.**
4. Svar på flervalgsspørsmålene fører du på **siste ark** i dette oppgavesettet. Arket skal innleveres.
5. Oppgavene er utarbeidet av Arne Mikkelsen og vurdert av Magnus B. Lilledahl.

Målform/språk: Bokmål.

Antall sider (uten denne forsida): 7.

Antall sider vedlegg: 3.

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave:

Originalen er: 2-sidig; sort/hvitt

Dato

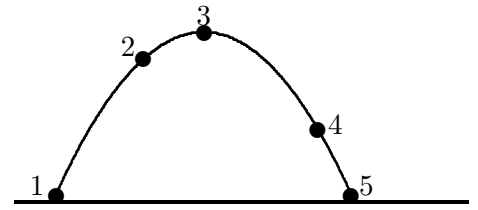
Sign

(blank side)

Oppgave 1. Flervalgsspørsmål (teller 50 %, hver oppgave teller like mye)

1-1. Figuren viser en parabolisk bane fra 1 til 5 for en ball som kastes i jordas tyngdefelt, men i fravær av luftfriksjon. Hva er retningen til ballens akselerasjon i punkt 2?

- A) Oppover og til høyre.
- B) Nedover og til venstre.
- C) Rett opp.
- D) Rett ned.
- E) Akselerasjonen er null.

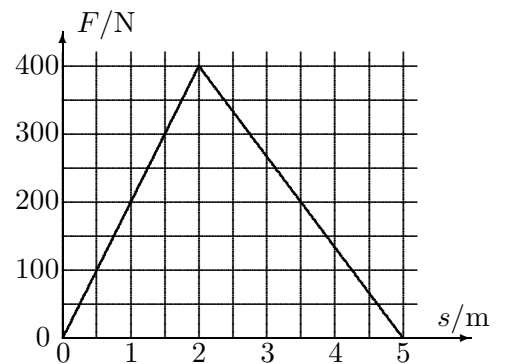


1-2. Ei kule med masse 12 g skytes horisontalt inn i en fastmontert treblokk, og inntrengningsdybden blir 5,2 cm. Hastigheten til kula like før kollisjonen er 640 m/s. Den gjennomsnittlige nedbremsingskrafta fra treblokken på kula var:

- A) $4,7 \cdot 10^6$ N
- B) $4,7 \cdot 10^4$ N
- C) 148 N
- D) 74 N
- E) Ikke mulig å bestemme, siden massen til treblokken er ukjent

1-3. Ei dame bruker ei varierende kraft F (i newton) som vist i figuren for å flytte en last en viss strekning s (i meter). Krafta F virker i samme retning som forflytningen s . Hva er totalt arbeid hun utfører?

- A) 400 J
- B) 200 J
- C) 2000 J
- D) 1000 J
- E) 500 J

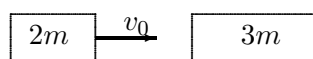


1-4. En hul kloss A på 0,20 kg og en massiv kloss B på 2,0 kg kan skli friksjonsfritt på en horisontal overflate. Klossene er i ro ved $t = 0$, så virker to like horisontale krefter på hver kloss i nøyaktig $t = 1,00$ s og setter klossene i bevegelse. Når krafta på hver kloss fjernes etter 1,00 s, hvilken av de følgende påstander er riktig (der p er bevegelsesmengde og E kinetisk energi)?

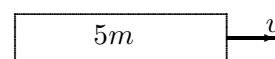
- A) $p_A = p_B$ og $E_A = E_B$
- B) $p_A < p_B$ og $E_A = E_B$
- C) $p_A = p_B$ og $E_A < E_B$
- D) $p_A < p_B$ og $E_A < E_B$
- E) $p_A = p_B$ og $E_A > E_B$.

1-5. En kloss med masse $2m$ kolliderer fullstendig uelastisk med en kloss med masse $3m$. Før kollisjonen har klossen med masse $2m$ hastighet v_0 mot den andre klossen, mens klossen med masse $3m$ ligger i ro. Etter kollisjonen har klossene felles hastighet v . Hvor mye mekanisk energi har gått tapt i kollisjonen?

- A) $\frac{1}{3}mv_0^2$
- B) $\frac{2}{5}mv_0^2$
- C) $\frac{3}{5}mv_0^2$
- D) $\frac{1}{2}mv_0^2$
- E) mv_0^2



FØR



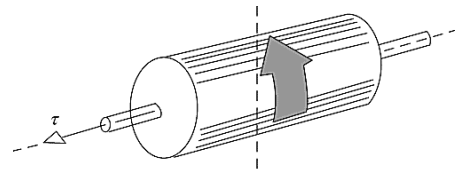
ETTER

1-6. Et sykkelhjul, ei massiv kule og ei hul kule (kuleskall) har alle samme masse og radius. Anta det vesentlige av hjulets masse er samla i felgen/dekket. Hver av dem roterer om en akse gjennom deres sentrum. Hvilken har det største og hvilken har det minste treghetsmomentet?

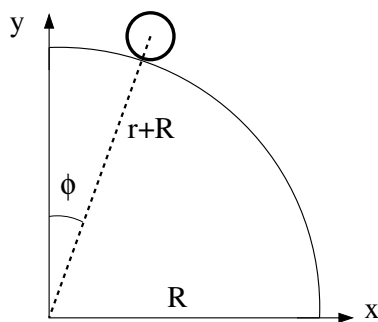
- A) Hjulet har den største, den massive kula har den minste
- B) Hjulet har den største, den hule kula har den minste
- C) Den hule kula har den største; den massive kula har den minste
- D) Den hule kula har den største; hjulet har den minste
- E) Den massive kula har den største, den hule kula har den minste.

1-7. En massiv sylinder roterer om sylinderaksen, som er horisontal. Rotasjonsretningen er vist i figuren. Under rotasjonen virker et netto kraftmoment $\vec{\tau}$ langs rotasjonsaksen, som vist. Sylinderen vil da

- A) øke rotasjons hastigheten
- B) redusere rotasjons hastigheten
- C) precessere om en horisontal akse
- D) precessere om en vertikal akse
- E) ingen av A-D vil skje



De to neste oppgavene er knyttet til følgende figur og tabell.



i	t_i/ms	x_i/mm	y_i/mm
1	0	130	792
2	33	140	791
3	67	151	789
4	100	163	786
5	133	176	783
6	167	190	780
7	200	206	776
8	233	222	771
9	267	241	766
10	300	261	759

Tabellen viser posisjon (x, y) , målt i enheten millimeter (mm), og tid t , målt i enheten millisekunder (ms), for massesenteret til et legeme med radius r som ruller på utsiden av en kvartsirkel med radius R . Legemet har treghetsmoment $I_0 = c \cdot Mr^2$, der c er et tall mellom 0 og 1.

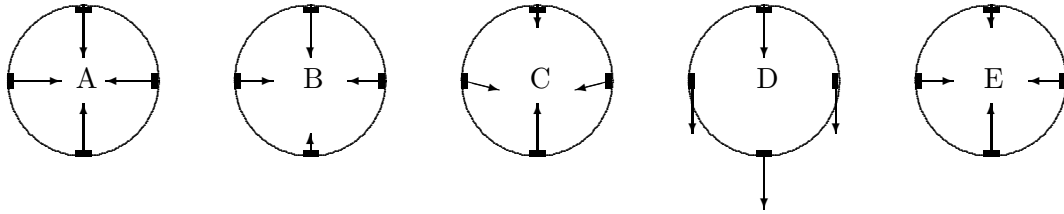
1-8. Legemets hastighet ved $t = t_2 = 0,033$ s er omtrent

- A) 0,03 m/s B) 0,1 m/s C) 0,3 m/s D) 1 m/s E) 3 m/s

1-9. Anta at legemet har hastighet $v(\phi)$ i en posisjon som tilsvarer en viss vinkel ϕ (se figuren). Kriteriet for at legemet fortsatt har kontakt med underlaget er

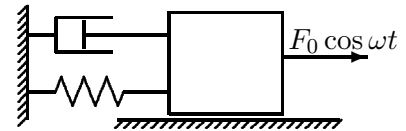
- A) $\cos \phi \leq v(\phi)^2/g(r+R)$
- B) $\cos \phi \geq v(\phi)^2/g(r+R)$
- C) $\cos \phi \leq v(\phi)g(r+R)$
- D) $\cos \phi \geq v(\phi)g(r+R)$
- E) $\cos \phi \geq v(\phi)gR$

1-10. Ei vogn har stor nok hastighet til å trille rundt og fullføre en vertikaltstilt sirkelformet "loop" i tyngdefeltet. Hvilken figur viser riktige akselerasjonsvektorer på de fire stedene på loopen (nederst, øverst, venstre og høyre)? Se bort fra friksjon.



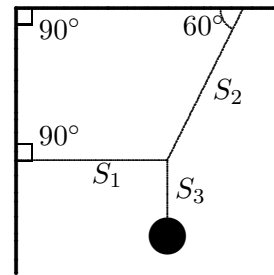
1-11. En oscillator som består av en fjær og et dempeledd (dempet oscillator) påtvinges en svingning med frekvens ω . Etter innsvingingen er dempet ut, vil den tvungne svingningen ha en frekvens lik

- A) den påtrykte frekvensen ω
- B) frekvensen ω_d til den dempede, fri oscillatoren
- C) frekvensen ω_0 til den udempede, fri oscillatoren
- D) alle over, fordi disse frekvensene er like
- E) ingen av A-D er rett svar.



1-12. Ei tung kule er hengt opp med tre stramme tau som vist. Snorkrafta i hvert tau er angitt med S_i . Hvilken av de følgende påstander er rett?

- A) $S_1 > S_2 > S_3$
- B) $S_2 > S_1 > S_3$
- C) $S_2 > S_3 > S_1$
- D) $S_3 > S_1 > S_2$
- E) $S_1 > S_3$ og $S_2 > S_3$



1-13. Termodynamikkens første lov lyder $dU = \delta Q - \delta W$. Vi betrakter reversible prosesser i ideell gass. For en isoterm prosess er alltid

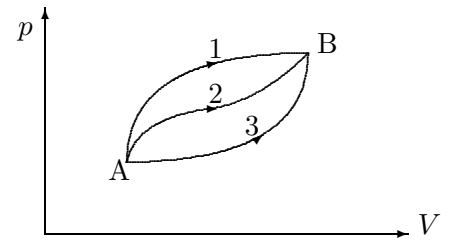
- A) $dU = 0$
- B) $\delta Q = 0$
- C) $\delta W = 0$
- D) $\delta Q + \delta W = 0$
- E) Ingen av disse er rett svar.

1-14. En ideell gass befinner seg i en tilstand 1 med volum V_1 . Når volumet minsker fra V_1 til V_2 i en **isoterm** prosess, gjøres et arbeid W_T på gassen. Hvis vi for den samme gassen i tilstand 1 minsker volumet fra V_1 til V_2 i en **adiabatisk** prosess, gjøres et arbeid W_{ad} på gassen. Alle W angitt i oppgaven regnes positive. Hvilken påstand er rett?

- A) $W_{ad} = W_T$
- B) $W_{ad} < W_T$
- C) $W_{ad} > W_T$
- D) A, B eller C er rett avhengig av forholdet V_2/V_1
- E) A, B eller C er rett avhengig av gassens starttemperatur.

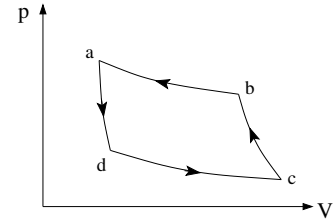
1-15. Et termodynamisk system kan bli ført fra tilstand A til tilstand B langs de tre mulige prosesser vist i pV -diagrammet. Hvis tilstand B har høyere indre energi U enn tilstand A, hvilken av prosessvegene i figuren har den største absoluttverdi $|Q|$ for varmen som utveksles under prosessen?

- A) lik for alle prosesser
- B) prosess 1
- C) prosess 2
- D) prosess 3
- E) det er ikke nok informasjon til å gi svar.



1-16. Figuren viser en reversibel kretsprosess der arbeidssubstansen er en gass. Hva kan du si om netto varme som tilføres arbeidssubstansen (fra omgivelsene) per syklus i denne kretsprosessen?

- A) Den er lik null.
- B) Den er negativ.
- C) Den er positiv.
- D) Svaret avhengig av hva slags type prosesser kretsen er sammensatt av.
- E) Svaret avhengig av arbeidssubstansen (ideell gass eller annet).



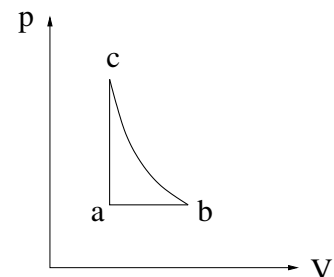
1-17. Du har en mengde ideell gass i en beholder med faste vegger som umuliggjør ekspansjon eller kontraksjon av gassen. Hvis du doubler rms-hastigheten ($v_{\text{rms}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$) vil gasstrykket

- A) forbli uendra
- B) øke med en faktor $\sqrt{2}$
- C) øke med en faktor 2
- D) øke med en faktor 4
- E) øke med en faktor 16

1-18. Et ideelt "Carnotkjøleskap" holder konstant temperatur 4°C ("lavtemperaturreervoaret") i et rom der temperaturen er 19°C ("høytemperaturreervoaret"). Hva er verdi for kjøleskapets effektfaktor?

- A) 0,051
- B) 1,00
- C) 18,5
- D) 19,5
- E) 31

1-19. Figuren viser en reversibel kretsprosess for en ideell gass, bestående av en isobar, en isokor og en isentropisk (adiabatisk) prosess. Ranger entropiene S_a , S_b og S_c til den ideelle gassen i de tre hjørnene merket hhv. a, b og c. (Oppgitt: For isokor prosess er $dS = C_V dT/T$.)



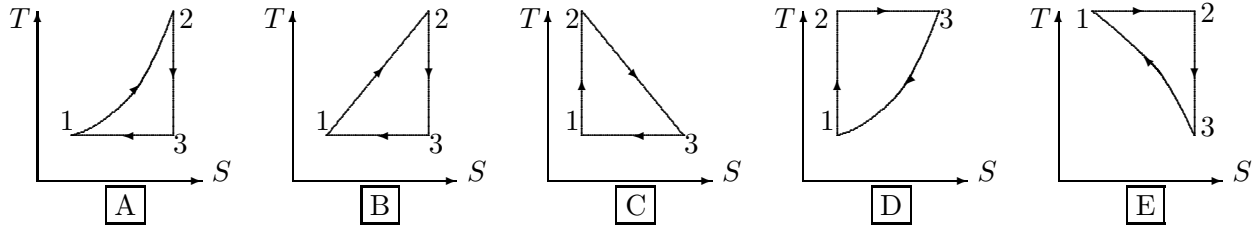
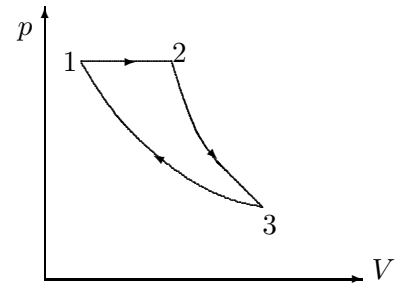
- A) $S_a < S_c < S_b$
- B) $S_a < S_b = S_c$
- C) $S_a = S_b = S_c$
- D) $S_a < S_b < S_c$
- E) $S_a > S_b = S_c$

1-20. En svært varm jernbit kastes i havet og får etterhvert havets temperatur. Hvilken av de følgende påstander angående denne prosessen er rett?

- A) Entropien avgitt av jernbiten er lik entropien mottatt av havet.
- B) Energien avgitt av jernbiten er større enn energien mottatt av havet.
- C) Netto entropiendring til systemet (jern pluss hav) er null.
- D) Havet øker sin entropi mer enn jernet taper entropi.
- E) Jernet taper mer entropi enn havet mottar.

1-21. En reversibel prosess 123 på en ideell gass er vist i et pV -diagram i figuren til høyre. Prosessen består av en isobar, en adiabat og en isoterm.

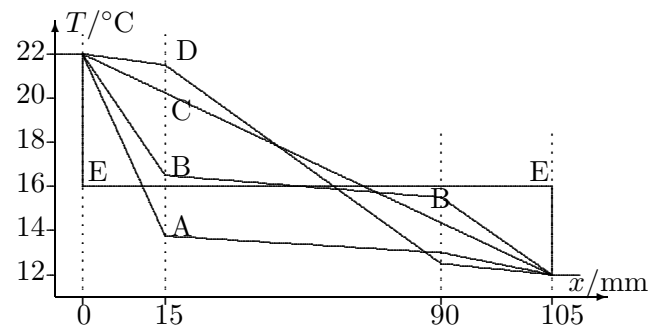
Hvordan ser denne prosessen ut i et TS -diagram?



1-22. En vegg mellom ei stue og et soverom har 15 mm tykke gipsplater på begge sider av et 75 mm tykt lag med glassvatt ("glava"). Stuetemperaturen er 22°C og soveromstemperaturen er 12°C .

Varmeledningsevne: $\kappa_{\text{gips}} = 0,25 \text{ W}/(\text{m K})$ og $\kappa_{\text{glava}} = 0,035 \text{ W}/(\text{m K})$.

Hvilken kurve (A,B,C,D,E) viser korrekt temperaturprofil gjennom veggene ved stasjonære (dvs. tidsuavhengige) forhold?

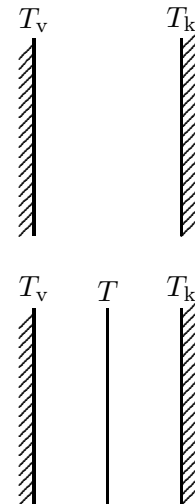


Den beskrevne oppstillingen gjelder de to neste spørsmålene.

To vegger med svært stort areal i forhold til avstanden mellom dem har temperaturene T_v og T_k med $T_v > T_k$. Mellom veggene er det vakuum og vi antar at veggene stråler som sorte legemer. Netto utstrålt varmestrømtetthet, j_0 , ut fra den varme vegg (T_v) til den kalde vegg er

$$j_0 = \sigma (T_v^4 - T_k^4).$$

Vi plasserer så inn ei tynn plate mellom de to veggene. Temperaturene T_v og T_k er uendra. Anta at plata stråler som et sort legeme og er i termisk likevekt med strålingen fra de to veggene. Det er ingen annen varmetransport enn stråling.



1-23. Temperaturen T til den innsatte plata er gitt ved

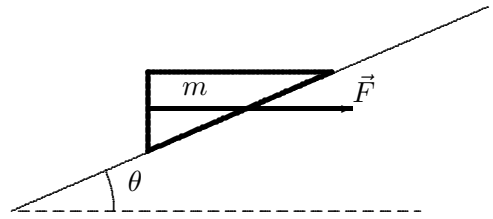
- A) $T^2 = \frac{1}{2} (T_v^4 + T_k^4)$ D) $T^4 = \frac{1}{2} (T_v^4 + T_k^4)$
 B) $T^4 = \frac{1}{4} (T_v^4 + T_k^4)$ E) $T^4 = \frac{1}{2} (T_v + T_k) (T_v^3 - T_k^3)$
 C) $T^4 = \frac{1}{2} (T_v^4 - T_k^4)$

1-24. Etter plata er satt inn er netto varmestrømtetthet, j , ut fra den varme vegg (T_v)

- A) $j = j_0$ B) $j = \frac{1}{4}j_0$ C) $j = \frac{1}{3}j_0$ D) $j = \frac{2}{3}j_0$ E) $j = \frac{1}{2}j_0$

Oppgave 2. Skråplan (teller 11%)

a. Friksjon. En kile med masse $m = 30,0$ kg er plassert på et skråplan som danner vinkelen $\theta = 20,0^\circ$ med horisontalen, se figur. Ei kraft, \vec{F} , virker på kilen i horisontal retning. Kraftas størrelse er $|\vec{F}| = 300$ N. Kinetisk friksjonskoeffisient mellom kilen og underlaget er $\mu = 0,200$. Kilen beveger seg oppover skråplanet.



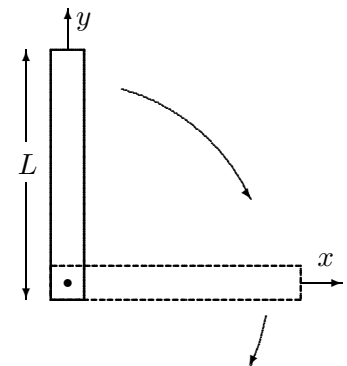
- a.** Tegn frilegemediagram for kilen (alle krefter med angrepspunkt).
b. Bestem normalkrafta F_N mot underlaget.
c. Sett opp Newtons 2. lov og bestem kilens akselerasjon langs skråplanet.

Oppgave 3. Fallende stang (teller 16%)

Svarene i denne oppgaven uttrykkes med de aktuelle symbol.

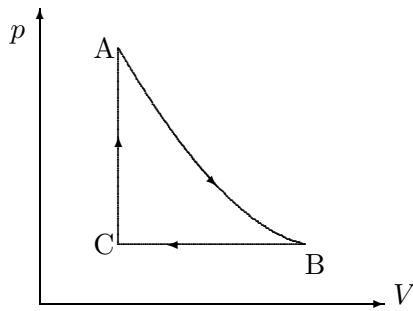
Ei uniform (jamntykk) og tynn stang har lengden L og massen M . Den er dreibar om en horisontal, friksjonslaus akse (z -aksen) som går gjennom den ene enden. Stanga frigjøres fra ro (gis et neglisjerbart puff) i sin vertikale posisjon, og den vil da falle ned med en rotasjonsbevegelse. Prinsippet er vist i figuren, men her er ikke akslingen helt på enden av stanga og stanga er ikke tynn.

Stangas treghetsmoment om akselen er $I = \frac{1}{3}ML^2$.



Spørsmålene gjelder når stanga er i *horisontal* posisjon (stiplet i figuren):

- a.** Bruk energibevaring til å finne stangas vinkelfart ω .
b. Vis at størrelsen på stangas vinkelakselerasjon er gitt ved $\alpha = \frac{3g}{2L}$.
c. Bestem x og y -komponentene av akselerasjonen til stangas massesenter.
 TIPS: Akselerasjon ved rotasjon kan dekomponeres i baneakselerasjon (tangentialakselerasjon) pluss sentripetalakselerasjon.
d. Bestem y -komponenten av krafta som virker på stanga fra omdreiningsaksen.

Oppgave 4. Kretsprosess (teller 23 %)

Figuren viser en kretsprosess ABCA med arbeidssubstans n mol av en enatomig ideell gass. AB=adiabat, BC=isobar, CA=isokor.

Oppgitte data:

Temperaturen T_A og volumet V_A i A kan tas for gitt.

$V_B = 3V_A$.

Adiabatkonstanten for enatomig ideell gass:

$\gamma = C_P/C_V = 5/3$.

- a.** Finn temperaturene T_B i B og T_C i C og vis at de kan uttrykkes

$$T_B = T_A \cdot 3 \cdot 3^{-\gamma} \quad \text{og} \quad T_C = T_A \cdot 3^{-\gamma}.$$

- b.** Finn varmemengdene Q_{AB} , Q_{BC} og Q_{CA} uttrykt ved varmekapasiteter, n , γ og T_A .

- c.** Finn virkningsgraden η for prosessen (tallsvar).

- d.** Hva er den maksimale virkningsgraden η_{\max} for en varmekraftmaskin som arbeider mellom to reservoar med temperaturer lik henholdsvis den største og den minste temperatur som opptrer i den gitte kretsprosessen?

- e.** Beregn alle entropiendringene ΔS_{AB} , ΔS_{BC} og ΔS_{CA} .

(blank side)

GOD JUL!

FORMELLISTE.

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningene.

Fysiske konstanter:

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \quad u = \frac{1}{12} m(^{12}\text{C}) = \frac{10^{-3} \text{ kg/mol}}{N_A} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \quad R = N_A k_B = 8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{K}^{-1} \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{K}^{-4}$$

$$c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \quad 0^\circ\text{C} = 273 \text{ K} \quad g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

SI-enheter:

Fundamentale SI-enheter: meter (m) sekund (s) kilogram (kg) ampere (A) kelvin (K) mol

Noen avledete SI-enheter: newton (N) pascal (Pa) joule (J) watt (W) hertz (Hz)

Varianter: kWh = 3,6 MJ m/s = 3,6 km/h atm = 1,013 · 10⁵ Pa 1 cal = 4,19 J

Klassisk mekanikk:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, t) \quad \text{der} \quad \vec{p}(\vec{r}, t) = m\vec{v} = m\dot{\vec{r}} \quad \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\text{Konstant } \vec{a}: \quad \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \quad \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \quad v^2 - v_0^2 = 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$$

$$\text{Konstant } \vec{\alpha}: \quad \omega = \omega_0 + \alpha t \quad \theta = \theta_0 + \omega_0t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad \omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

$$\text{Arbeid: } dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad W_{12} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad \text{Kinetisk energi: } E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_p(\vec{r}) = \text{potensiell energi (tyngde: } mgh, \text{ fjær: } \frac{1}{2}kx^2) \quad E = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 + E_p(\vec{r}) + \text{friksjonsarbeide} = \text{konstant}$$

$$\text{Konservativ kraft: } \vec{F} = -\vec{\nabla}E_p(\vec{r}) \quad \text{f.eks. } F_x = -\frac{\partial}{\partial x}E_p(x, y, z) \quad \text{Hookes lov (fjær): } F_x = -kx$$

$$\text{Tørr friksjon: } |F_f| \leq \mu_s F_\perp \text{ eller } |F_f| = \mu_k F_\perp \quad \text{Våt friksjon: } \vec{F}_f = -k_f \vec{v} \text{ eller } \vec{F}_f = -bv^2 \hat{v}$$

$$\text{Kraftmoment (dreiemoment) om origo: } \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}, \quad \text{Arbeid: } dW = \tau d\theta$$

$$\text{Betingelser for statisk likevekt: } \Sigma \vec{F}_i = \vec{0} \quad \Sigma \vec{\tau}_i = \vec{0}, \quad \text{uansett valg av referansepunkt for } \vec{\tau}_i$$

$$\text{Massemidelpunkt (tyngdepunkt): } \vec{R} = \frac{1}{M} \sum m_i \vec{r}_i \rightarrow \frac{1}{M} \int \vec{r} dm \quad M = \sum m_i$$

$$\text{Kraftimpuls: } \int_{\Delta t} \vec{F}(t) dt = m\Delta \vec{v} \quad \text{Alle støt: } \Sigma \vec{p}_i = \text{konstant} \quad \text{Elastisk støt: } \Sigma E_i = \text{konstant}$$

$$\text{Vinkelhastighet: } \vec{\omega} = \omega \hat{z} \quad |\vec{\omega}| = \omega = \dot{\phi} \quad \text{Vinkelakselerasjon: } \vec{\alpha} = d\vec{\omega}/dt \quad \alpha = d\omega/dt = \ddot{\phi}$$

$$\text{Sirkelbev.: } v = r\omega \quad \text{Sentripetalaks.: } \vec{a} = -v\omega \hat{r} = -\frac{v^2}{r} \hat{r} = -r\omega^2 \hat{r} \quad \text{Baneaks.: } a_\theta = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha$$

$$\text{Spinn (dreieimpuls) og spinnsatsen: } \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}, \quad \text{stive legemer: } \vec{L} = I\vec{\omega} \quad \vec{\tau} = I \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

$$\text{Spinn for rullende legeme: } \vec{L} = \vec{R}_{\text{cm}} \times M\vec{V} + I_0\vec{\omega}, \quad \text{Rotasjonsenergi: } E_{k,\text{rot}} = \frac{1}{2}I\omega^2,$$

der treghetsmoment $I \stackrel{\text{def}}{=} \sum m_i r_i^2 \rightarrow \int r^2 dm$ med r = avstanden fra m_i (dm) til rotasjonsaksen.

Med aksene gjennom massemidelpunktet: $I \rightarrow I_0$, og da gjelder:

$$\text{kule: } I_0 = \frac{2}{5}MR^2 \quad \text{kuleskall: } I_0 = \frac{2}{3}MR^2 \quad \text{sylder/skive: } I_0 = \frac{1}{2}MR^2 \quad \text{åpen sylinder/ring: } I_0 = MR^2$$

$$\text{lang, tynn stav: } I_0 = \frac{1}{12}M\ell^2 \quad \text{Parallellaksesteoremet (Steiners sats): } I = I_0 + Mb^2$$

Udempet svingning: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ $f_0 = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}$ Masse/fjær: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Tyngdependel: $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0$, der $\sin \theta \approx \theta$ Fysisk: $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$ Matematisk: $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$

Dempet svingning: $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ Masse/fjær: $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ $\gamma = b/(2m)$

$\gamma < \omega_0$ Underkritisk dempet: $x(t) = A e^{-\gamma t} \cos(\omega_d t + \phi)$ med $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$

$\gamma > \omega_0$ Overkritisk dempet: $x(t) = A^+ e^{-\alpha^{(+)} t} + A^- e^{-\alpha^{(-)} t}$ med $\alpha^{(\pm)} = \gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$

Tvungne svingninger: $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t$, med (partikulær)løsning når $t \gg \gamma^{-1}$:

$x(t) = x_0 \cos(\omega t - \delta)$, der $x_0(\omega) = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}}$ $\tan \delta = \frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$

“Rakettilikningen”: $m(t) \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_Y + \beta \vec{u}_{ex}$ der $\beta = \frac{dm}{dt}$ og \vec{u}_{ex} = utskutt masses hastighet relativ hovedmasse

Termisk fysikk:

n = antall mol $N = nN_A$ = antall molekyler n_f = antall frihetsgrader

$\alpha = \ell^{-1} d\ell/dT$ $\beta = V^{-1} dV/dT$

$\Delta U = Q - W$ $C = \frac{1}{n} \frac{dQ}{dT}$ $C' = \frac{1}{m} \frac{dQ}{dT}$

$pV = nRT = Nk_B T$ $pV = N \frac{2}{3} \langle E_k \rangle$ $\langle E_k \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T$ $W = p\Delta V$ $W = \int_1^2 p dV$

Ideell gass: $C_V = \frac{1}{2} n_f R$ $C_p = \frac{1}{2} (n_f + 2) R = C_V + R$ $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{n_f + 2}{n_f}$ $dU = C_V n dT$

Adiabat: $Q = 0$ Ideell gass: $pV^\gamma = \text{konst.}$ $TV^{\gamma-1} = \text{konst.}$ $T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{konst.}$

Virkningsgrader for varmekraftmaskiner: $\eta = \frac{W}{Q_{inn}}$ Carnot: $\eta_C = 1 - \frac{T_L}{T_H}$ Otto: $\eta_O = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$

Effektfactorer: Kjøleskap: $\eta_K = \left| \frac{Q_{inn}}{W} \right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \frac{T_L}{T_H - T_L}$ Varmepumpe: $\eta_V = \left| \frac{Q_{ut}}{W} \right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \frac{T_H}{T_H - T_L}$

Clausius: $\sum \frac{Q}{T} \leq 0$ $\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$ Entropi: $dS = \frac{dQ_{rev}}{T}$ $\Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{dQ_{rev}}{T}$

1. og 2. hovedsetning: $dU = dQ - dW = TdS - pdV$

Entropiendring 1 \rightarrow 2 i en ideell gass: $\Delta S_{12} = nC_V \ln \frac{T_2}{T_1} + nR \ln \frac{V_2}{V_1}$

Varmeledning: $\dot{Q} = \frac{\kappa A}{\ell} \Delta T = \frac{1}{R} \Delta T$ $j_x = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x}$ $\vec{j} = -\kappa \vec{\nabla} T$ Varmeovergang: $j = \alpha \Delta T$

Stråling: $j_s = e\sigma T^4 = a\sigma T^4 = (1-r)\sigma T^4$ $j_s = \frac{c}{4} u(T)$

Planck: $j_s(T) = \int_0^\infty \eta(j_s, T) dj_s$ der j_s 's frekvensspekter = $\eta(j_s, T) = \frac{dj_s}{d\lambda} = 2\pi h c^2 \cdot \frac{\lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{hc}{k_B T \lambda}\right) - 1}$

Wiens forskyvningslov: $\lambda_{max} T = 2898 \mu\text{m K}$

Studieprogram: MT.....

Kandidat nr. _____

Dato: _____ Side*): _____

Antall ark: _____

Svartabell for flervalgsspørsmål i oppgave 1.

*Denne siden skal fylles ut, rives av og leveres inn, *) fortrinnsvis som side 1.
Husk informasjonen øverst til høyre.*

Oppgave	Mitt svar
1-1	
1-2	
1-3	
1-4	
1-5	
1-6	
1-7	
1-8	
1-9	
1-10	
1-11	
1-12	
1-13	
1-14	
1-15	
1-16	
1-17	
1-18	
1-19	
1-20	
1-21	
1-22	
1-23	
1-24	

(blank side)