TFY4115 Fysikk (MTELSYS/MTTK/MTNANO)
Eksamen 19. des. 2015. Løsningsforslag

Oppgave 1. Flervalgsoppgaver

Oppgave:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Rett svar:	D	B	D	E	C	A	A	C	B	C	A	C

Oppgave:	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Rett svar:	A	C	B	B	D	C	B	D	A	D	D	E

Detaljer om spørsmålene:

1-1. D. I tyngdefeltet peker akselerasjonen, $\vec{\boldsymbol{g}}$, alltid rett nedover.

1-2. B. Arbeid = tap i kinetisk energi: $Fs = \frac{1}{2}mv^2$, som gir $F = mv^2/(2s) = 47{,}3$ kN.

1-3. D. Arbeid er lik areal under kurva, fordi $W = \int_1^2 F\mathrm{d}s$.

1-4. E. Kraftstøt er lik for begge klosser, derfor endring i bevegelsesmengde lik: $F \cdot t = p_A = p_B$. Den lettere klossen A før større akselerasjon og hastighet og bevegerer seg lenger enn kloss B i 1,0 s, slik at den mottar et større arbeid $W = Fs$ og dermed oppnår større kinetisk energi. Eller: $E_A = \frac{1}{2}m_A v_A^2 = \frac{1}{2}v_A \cdot m_A v_A = \frac{1}{2}v_A \cdot p_A$ mens $E_B = \frac{1}{2}v_B \cdot p_B$. Siden $p_A = p_B$ og $v_A > v_B$ er $E_A > E_B$.

1-5. C. Bevaring bevegelsesmengde gir $2mv_0 = 5mv$, dvs. $v = 2v_0/5$. Energitapet er dermed $E_{\mathrm{K},0} - E_{\mathrm{K}} = \frac{1}{2}2mv_0^2 - \frac{1}{2}5m(2v_0/5)^2 = \frac{3}{5}mv_0^2$.

1-6. A. Fra formelliste: Hjul: $I \approx mR^2$, massiv kule: $I = \frac{2}{5}mR^2$, kuleskall: $I = \frac{2}{3}mR^2$

1-7. A. Gitt rotasjon gir $\vec{\omega}$ i retning som $\vec{\tau}$. (N2-rot): $\vec{\tau} = I\dot{\vec{\omega}}$, slik at $\dot{\vec{\omega}}$ også har samme retning. Rotasjonshastigheten øker altså.

1-8. C. Siden bevegelsen i y-retning er liten, er $v_2 \approx \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_3 - x_1}{t_3 - t_1} = \frac{21}{67}\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{ms}} = 0,3\,\mathrm{m/s}$ nærmeste svaret. Mer nøyaktig: $v_2 = v(t_2) = (v_{2x}^2 + v_{2y}^2)^{1/2}$. Med $v_{2x} = v_2$ ovenfor og tilsvarende $v_{2y} = -\frac{3}{67}\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{ms}}$, får vi $|v_2| = \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2} = \frac{1}{67}\sqrt{21^2 + 3^2}\,\mathrm{m/s} = 0,317\,\mathrm{m/s}$.

1-9. B. Legemets akselerasjon normalt på den sirkulære banen er $v^2/(r+R)$ (sentripetalakselerasjonen) så lenge legemet har kontakt med underlaget. Kreftene som sørger for dette er normalkrafta N fra underlaget (rettet radielt utover) og tyngdekraftas komponent normalt underlaget, $Mg\cos\phi$ (rettet radielt innover). Dermed:

$$Mg\cos\phi - N = Mv^2/(r+R), \qquad \Leftrightarrow \qquad \cos\phi = v^2/g(r+R) + N/Mg.$$

Normalkrafta N kan ikke bli mindre enn null. **Når N blir lik null**, mister legemet kontakten med underlaget.

1-10. C. Mekanisk energi er bevart, så hastigheten er mindre på toppen enn ved bunnen. Dette er nok til å fastslå at C er riktig figur, siden sentripetalakselerasjonen er v^2/r. På høyre og venstre side har vi i tillegg baneakselerasjonen g retta nedover, som gir total akselerasjon på skrå nedover og inn mot midten.

1-11. A. Det er frekvensen til den påtrykte svingningen som gjelder når innsvingningsforløpet er ferdig. Formelarket gir også svaret på dette ved formelen $x(t) = x_0\cos(\omega t - \delta)$ for tvungen svingning.

1-12. C. Likevekt i y-retning: $S_3 = S_2 \cdot \sin 60° = S_2 \cdot 0,87$, likevekt i x-retning: $S_1 = S_2 \cos 60° = S_2 \cdot 0,50$. Dvs. $S_2 > S_3 > S_1$.

1-13. A. For ideell gass er indre energi U kun avhengig av T. Når T er konstant, er U konstant.

1-14. C. Ved adiabatisk kompresjon øker temperaturen fordi $\Delta U = -W > 0$ (adiabater brattere enn isotermer). Areal under pV-kurve og dermed arbeidet er større enn for isoterm, uansett temperatur og V_2/V_1.

1-15. B. 1.hovedsetning: $\Delta U = Q - W > 0$ og lik for alle. Arbeid W er lik areal under prosesskurva og positiv for alle, derfor må $Q = \Delta U + W > 0$ og størst for prosessen med størst W. Arbeid er lik areal under prosesskurva, størst for prosess 1.

1-16. B. Kretsprosess "mot klokka" er en kjølemaskin: Det påføres arbeid, $W < 0$, og for en syklus er $\Delta U = Q - W = 0 \Rightarrow W = Q$ og da er også $Q < 0$ (avgis varme fra maskin, påføres omgivelsene).

1-17. D. Kinetisk gassteori: $E_\mathrm{k} = \frac{1}{2}m\langle v^2\rangle = \frac{3}{2}k_\mathrm{B}T$ 4-dobles og dermed $pV = Nk_\mathrm{B}T = N\frac{2}{3}E_\mathrm{k}$ firedobles. Formler fra formelark.

1-18. C. For en Carnot kjøleprosess er fra formelark $\eta_{\mathrm{K,C}} = T_\mathrm{L}/(T_\mathrm{H} - T_\mathrm{L}) = 277/15 \simeq 18$.

1-19. B. Med isentropisk prosess mellom b og c er åpenbart $S_\mathrm{b} = S_\mathrm{c}$. Med det oppgitte uttrykket $dS = C_V\,\mathrm{d}t/T$ for isokor prosess er det videre klart at entropien øker fra a til b. Dermed: $S_\mathrm{a} < S_\mathrm{b} = S_\mathrm{c}$.

1-20. D. Havet mottar varmen Q og entropien $\Delta S = Q/T_\mathrm{hav}$. Jernbiten avgir samme varme med ved temperaturer som i snitt er høyere enn havet, dermed vil jernet avgi mindre entropi.

1-21. A. 23 = adiabat = isentrop = vertikal. 31 = isoterm = horisontal. 12 = isbar med økende S (pga. økende T og V). Da er kun A og B mulige. Det er ikke lineær sammenheng mellom T og S, men (som evt. kan avledes fra formelarket) exp-sammenheng: $\Delta S = nC_p \ln T/T_1 \Leftrightarrow T = T_1 \exp\{(S - S_1)/nC_p\}$.

1-22. D. Med $0,25/0,035 \simeq 7$ ganger større varmeledningsevne i gips enn i glava har vi ca 7 ganger mindre temperaturendring per lengdeenhet i gips enn i glava. Kurve D passer best til dette.

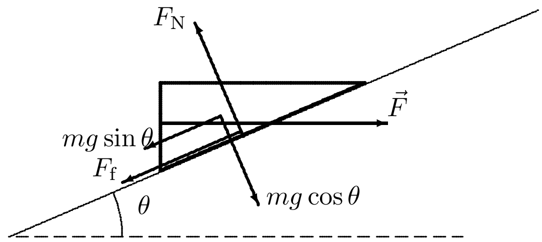
1-23. D. Varmestrømmen er lik mellom begge lag, slik at vi får

$$j = \sigma\left(T_\mathrm{v}^4 - T^4\right) = \sigma\left(T^4 - T_\mathrm{k}^4\right) \quad\Rightarrow\quad \underline{T^4 = \frac{1}{2}\left(T_\mathrm{v}^4 + T_\mathrm{k}^4\right)}$$

1-24. E.

$$j = \sigma\left(T_\mathrm{v}^4 - T^4\right) = \sigma\left(T_\mathrm{v}^4 - \frac{1}{2}\left(T_\mathrm{v}^4 + T_\mathrm{k}^4\right)\right) = \sigma\frac{1}{2}\left(T_\mathrm{v}^4 - T_\mathrm{k}^4\right) = \underline{\frac{1}{2}j_0}\,.$$

Oppgave 2. Skråplan



a. Krefter som virker er vist i figuren:
Tyngdekraft $m\vec{g}$ med komponenter $mg\sin\theta$ nedover langs planet og $mg\cos\theta$ normalt på planet ($m\vec{g}$ eller komponenter må tegnes inn), friksjonskraft F_f nedover langs planet, normalkraft F_N. Samt oppgitt kraft $\vec{F}$, som har komponent $F\cos\theta$ oppover langs planet og $F\sin\theta$ normalt ned på planet (komponenter av $\vec{F}$ kan alternativt tegnes opp).

b. Newton 1 normalt på planet gir, med positiv opp fra planet:

$$F_\mathrm{N} = mg\cos\theta + F\sin\theta = 30\,\mathrm{kg}\cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2}\cdot\cos 20^\circ + 300\,\mathrm{N}\cdot\sin 20^\circ = 379,2\,\mathrm{N} = \underline{379\,\mathrm{N}}. \qquad (1)$$

idet $\cos 20^\circ = 0,9397$ og $\sin 20^\circ = 0,3420$.

c. Newton 2 langs planet gir, med positiv oppover:

$$ma = F\cos\theta - mg\sin\theta - F_\mathrm{f} \qquad (2)$$

Glidende friksjon: $F_\mathrm{f} = \mu F_\mathrm{N}$, gir oss akselerasjonen

$$\begin{aligned} a &= \frac{F}{m}\cos\theta - g\sin\theta - \mu\frac{F_\mathrm{N}}{m} \\ &= \frac{300\,\mathrm{N}}{30,0\,\mathrm{kg}}\cdot 0,9397 - 9,81\,\mathrm{m/s^2}\cdot 0,3420 - 0,200\cdot\frac{379,2\,\mathrm{N}}{30\,\mathrm{kg}} \\ &= (9,397 - 3,355 - 2,528)\,\mathrm{m/s^2} = \underline{3,51\,\mathrm{m/s^2}} \end{aligned}$$

Alternativt, uten å bruke beregnet verdi for F_N, men uttrykket $F_\mathrm{f} = \mu F_\mathrm{f} = \mu mg\cos\theta + \mu F\sin\theta$:

$$\begin{aligned} a &= \frac{F}{m}\cos\theta - g\sin\theta - \mu g\cos\theta - \mu\frac{F}{m}\sin\theta \\ &= \frac{F}{m}(\cos\theta - \mu\sin\theta) - g(\sin\theta + \mu\cos\theta) \quad \text{etc.} \end{aligned}$$

Oppgave 3. Fallende stang

a. Tyngdepunktet har falt $h = L/2$ og potensiell energi mgh er overført til kinetisk rotasjonsenergi $\frac{1}{2}I\omega^2$. Energibevaring gir

$$Mg\frac{1}{2}L = \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad \Rightarrow \qquad \omega = \sqrt{\frac{MgL}{I}} = \sqrt{\frac{MgL}{ML^2/3}} = \underline{\sqrt{\frac{3g}{L}}}\,.$$

All kinetisk energi er inkludert i $\frac{1}{2}I\omega^2$, slik at $\frac{1}{2}mv^2$ ikke må tas med i tillegg eller i steden for (mange hadde gjort feil her).

Dersom man finner ω for en generell vinkel θ med vertikalen, vil man finne $\omega(\theta) = \sqrt{\frac{3g}{L}(1-\cos\theta)}$.

b. Kraftmomtent på stanga er tyngdekraft normalt på armen med lengde $L/2$. Spinnsatsen gir

$$\tau = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = I\alpha \qquad \Rightarrow \qquad \alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{Mg\cdot L/2}{ML^2/3} = \underline{\frac{3}{2}\frac{g}{L}}\,.$$

Alternativt kan man tidsderivere ω, men da **må** man ha funnet $\omega(\theta)$ som antydet i a. Resultat:

$$\alpha = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}\theta}\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}\theta}\cdot\omega = \frac{1}{2\omega}\frac{3g}{L}\sin\theta\cdot\omega = \frac{3g}{2L}\sin\theta \overset{\theta=90^\circ}{\rightarrow} \frac{3g}{2L}\,.$$

Mange har forsøkt seg på konstant-akselerasjonslikning f.eks. $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha(\theta-\theta_0)$, men det er helt galt da det slett ikke er konstant akselerasjon α.

c. I stangas horisontale stilling har sentripetalakselerasjonen a_c retning $-x$ og baneakselerasjonen a_θ retning $-y$ (så ingen $\sin\theta$ el.l. skal inn her.) Med $a_\mathrm{c} = \omega^2\, r$ og baneakselerasjonen $a_\theta = \alpha\, r$ og med $r = L/2$ for massesenteret og ω^2 fra b. og α oppgitt i b., gir dette

$$a_x = -a_\mathrm{c} = -\omega^2\, r = -\frac{3g}{L}\frac{L}{2} = \underline{-\frac{3}{2}g}\,,$$

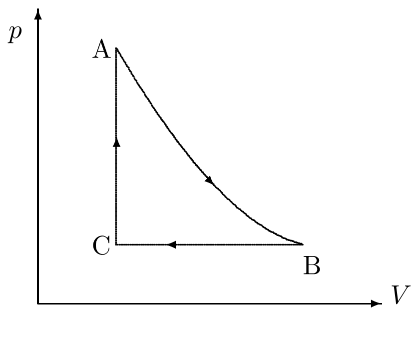
$$a_y = -a_\theta = -\alpha\, r = -\frac{3}{2}\frac{g}{L}\frac{L}{2} = \underline{-\frac{3}{4}g}\,.$$

Det er ved retting lagt vekt på at også fortegnet er riktig, eller retning presisert i en figur.

d. Den vertikale krafta F_v bestemmes av Newton 2 for stanga. I y-retning virker på stanga F_v pluss tyngdekrafta. (N2): $\sum_y F = Ma_y$ med akselerasjonen a_y funnet i pkt. c. gir

$$\sum_y F = F_\mathrm{v} - Mg = Ma_y \qquad \Rightarrow \qquad F_\mathrm{v} = Mg + M\left(-\frac{3}{4}g\right) = \underline{\frac{1}{4}Mg}\,.$$

Oppgave 4. Kretsprosess.



a. Langs adiabaten AB er $TV^{\gamma-1}$ =konst., dvs.

$$\begin{aligned} T_\mathrm{A}V_\mathrm{A}^{\gamma-1} &= T_\mathrm{B}V_\mathrm{B}^{\gamma-1} \\ T_\mathrm{B} &= T_\mathrm{A}\cdot(V_\mathrm{A}/V_\mathrm{B})^{\gamma-1} \\ T_\mathrm{B} &= \underline{T_\mathrm{A}\cdot\frac{1}{3^{\gamma-1}} = T_\mathrm{A}\cdot 3\cdot 3^{-\gamma}} \quad (= T_\mathrm{A}\cdot 0,48). \end{aligned}$$

Langs BC er trykket konstant. Ideell gasslov $p = nRT/V =$ konst. gir $T_\mathrm{C}/V_\mathrm{C} = T_\mathrm{B}/V_\mathrm{B}$ og dermed

$$T_\mathrm{C} = T_\mathrm{B}\cdot V_\mathrm{C}/V_\mathrm{B} = T_\mathrm{B}/3 = \underline{T_\mathrm{A}\cdot 3^{-\gamma}} \quad (= T_\mathrm{A}\cdot 0,16).$$

b. $Q_\mathrm{AB} = \underline{0}$ (adiabat)

$$Q_\mathrm{BC} = n\,C_p(T_\mathrm{C}-T_\mathrm{B}) = n\,C_pT_\mathrm{A}(3^{-\gamma} - 3\cdot 3^{-\gamma}) = n\,C_pT_\mathrm{A}(1-3)3^{-\gamma} = \underline{-n\,C_pT_\mathrm{A}2\cdot 3^{-\gamma}}$$

$$Q_\mathrm{CA} = n\,C_V(T_\mathrm{A}-T_\mathrm{C}) = \underline{n\,C_VT_\mathrm{A}(1-3^{-\gamma})}$$

Det var gitt føring/tips i oppgaven at Q skulle uttrykkes med bl.a. varmekapasiteter, da er det helt naturlig og enklest å bruke uttrykkene her, og ikke trekke inn arbeid, som f.eks. $Q_\mathrm{BC} = \Delta U_\mathrm{BC} + W_\mathrm{BC}$ og så få bryet med å uttrykke arbeid og slå disse sammen.

c. Virkningsgraden er $\eta = \dfrac{W}{Q_{\rm inn}}$. I BC avkjøles gassen og varme avgis, i CA mottas varme. For å finne W bruker vi første hovedsetning for en kretsprosess: $\Delta U = Q - W = 0$, slik at $W = Q = Q_{\rm CA} + Q_{\rm BC}$. Virkningsgraden blir da

$$\eta = \frac{Q_{\rm CA} + Q_{\rm BC}}{Q_{\rm CA}} = 1 + \frac{Q_{\rm BC}}{Q_{\rm CA}} = 1 - \frac{n\,C_p}{n\,C_V}\,\frac{2\cdot 3^{-\gamma}}{1-3^{-\gamma}} = 1 - \gamma\frac{2}{3^\gamma - 1} = \underline{0,364}.$$

d. Den høyeste temperaturen i prosessen er $T_{\rm A}$ og laveste $T_{\rm C}$ (fra svarene i **a.**) En Carnotmaskin som arbeider mellom temperaturene $T_{\rm A}$ og $T_{\rm C}$ vil ha virkningsgraden

$$\eta_{\rm C} = 1 - \frac{T_{\rm C}}{T_{\rm A}} = 1 - \frac{1}{3^\gamma} = \underline{0,840}.$$

Dette er den maksimale virkningsgraden en reversibel maskin mellom $T_{\rm C}$ og $T_{\rm A}$ kan ha.

e. Entropiendring: Den reversible adiabaten AB er isentropisk og derfor $\underline{\Delta S_{\rm AB} = 0}$. Eller fra $\mathrm{d}S = \text{đ}Q_{\rm rev}/T$ der $\text{đ}Q_{\rm rev} = 0$.

Mange har regnet fra oppgitt formel for ideell gass:

$$\Delta S_{12} = nC_V \ln\frac{T_2}{T_1} + nR\ln\frac{V_2}{V_1} \tag{3}$$

som skal gi eksakt null dersom man regner rett (men mange hadde ikke fullført regningen):

$$\Delta S_{\rm AB} = nC_V \ln\frac{T_{\rm B}}{T_{\rm A}} + nR\ln\frac{V_{\rm B}}{V_{\rm A}} = nC_V\ln(3\cdot 3^{-\gamma}) + nR\ln 3 = nC_V\ln 3 - nC_V\gamma\ln 3 + nR\ln 3 = n\ln 3\,(C_V - C_p + R) = 0.$$

For den isokore prosessen CA kan vi enklest bruke oppgitt formel (3) som med uendra volum gir

$$\Delta S_{\rm CA} = nC_V\ln\frac{T_{\rm A}}{T_{\rm C}} + 0 = nC_V\ln 3^\gamma = nC_V\gamma\ln 3 = \underline{nC_p\ln 3}.$$

Alternativt beregne fra definisjonen av S:

$$\Delta S_{\rm CA} = \int_C^A \text{đ}Q_{\rm rev}/T = \int_C^A nC_V\frac{\mathrm{d}T}{T} = nC_V\ln\frac{T_{\rm A}}{T_{\rm C}} = nC_V\ln 3^\gamma = nC_V\gamma\ln 3 = \underline{nC_p\ln 3}.$$

For den isobare prosessen CA kan vi enklest bruke at S er en tilstandsfunksjon og dermed for en kretsprosess er $\Delta S_{\rm tot} = \Delta S_{\rm CA} + \Delta S_{\rm CA} + \Delta S_{\rm CA} = 0$, slik at $\Delta S_{\rm BC} = -\Delta S_{\rm CA} = \underline{-nC_p\ln 3}$.

Alternativt kan vi bruke definisjonen av S:

$$\Delta S_{\rm BC} = \int_B^C \text{đ}Q_{\rm rev}/T = \int_B^C nC_p\frac{\mathrm{d}T}{T} = nC_p\ln\frac{T_{\rm C}}{T_{\rm B}} = nC_p\ln\frac{1}{3} = -nC_p\ln 3$$

eller oppgitt formel for entropiendring i ideell gass:

$$\Delta S_{\rm BC} = nC_V\ln\frac{T_{\rm C}}{T_{\rm B}} + nR\ln\frac{V_{\rm C}}{V_{\rm B}} = nC_V\ln\frac{1}{3} + nR\ln\frac{1}{3} = -n(C_V + R)\ln 3 = -nC_p\ln 3.$$

De verdi for n ikke er oppgitt var det ikke meningen å gi tallsvar i oppgave e.

A.Mi. 13. jan. 2016.