Løsningsforslag midtsemesterprøve H10.

Oppgave 1
Kreftene som virker på bilen er tyngdekraft (rettet inn mot jordens sentrum), normalkraft (rettet oppover, normalt på skråplanet) og friksjonskraft (inkludert eventuell luftmotstand) rettet oppover parallelt med skråplanet, <u>dvs svaralternativ C.</u>

Oppgave 2
Det vi skal finne er $T_{2,y} / T_{3,y}$. Vi ser fra figuren at

$T_{2,y} = T_2 \cdot \sin(60)$, hvor $T_2 = |\vec{T}_2|$ og

$T_{3,y} = T_3 \cdot \sin(30)$, hvor $T_3 = |\vec{T}_3|$, slik at

$$\frac{T_{2,y}}{T_{3,y}} = \frac{T_2 \cdot \sin(60)}{T_3 \cdot \sin(30)} = \frac{T_2 \cdot \sqrt{3}/2}{T_3 \cdot 1/2} = \frac{T_2}{T_3}\sqrt{3}$$

Vi må altså finne forholdet mellom T_2 og T_3. Disse kan finnes fra N1 på komponentform: $\sum F_x = 0, \sum F_y = 0$
Med +x-retning horisontalt mot høyre og +y-retning oppover:

$$\sum F_x = T_{3,x} - T_{2,x} = T_3 \cdot \cos(30) - T_2 \cdot \cos(60) = 0, \qquad (1)$$

$$\sum F_y = T_{2,y} + T_{3,y} - T_{1,y} = 0 \qquad (2)$$

I likning (2) inngår bare T_2 og T_3, så vi kan bruke den til å finne T_2 / T_3:

$$T_3 \cdot \cos(30) - T_2 \cdot \cos(60) = 0 \Leftrightarrow \frac{T_2}{T_3} = \frac{\cos(30)}{\cos(60)} = \frac{\sqrt{3}/2}{1/2} = \sqrt{3},$$

slik at

$\frac{T_{2,y}}{T_{3,y}} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$<u>, dvs svaralternativ E</u>

Oppgave 3
Her har vi et lodd som henger i en fjærvekt, og fjærvekt+lodd akselereres nedover. Vi skal finne hva fjærvekta viser. Fjærvekta viser kraften (rettet nedover) som loddet virker på fjærvekta med, og på grunn av N3 virker en like stor kraft fra fjærvekta på loddet. Kreftene som virker <u>på loddet</u> er dermed (om man ser bort fra luftmotstand) tyngekraften (*mg*) rettet nedover og kraften (*T*) fra fjærvekta rettet oppover. Loddet akselereres med en akselerasjon a nedover, så vi kan bruke N2: Om vi lar positiv retning være nedover (siden akselerasjonen er nedover) får vi

$\sum F = mg - T = ma \Rightarrow T = mg - ma = \left(44{,}5 - \frac{44{,}5}{9{,}81}\right) N = 22{,}2 N$, <u>dvs svaralternativ B</u>

Oppgave 4
Alle tre massene henger i uelastiske snorer slik at de vil forflytte seg samme distanse og dermed ha samme akselerasjon, *a*. Vi antar at siden m_3 er tyngst så vil m_2 akselereres mot høyre, dermed velges positiv retning for bevegelsen av m_1 oppover, m_2 mot høyre, og m_3 nedover. Vi må sjekke etterpå at snordraget T_3 i snora mellom m_2 og m_3 er større en den statiske friksjonskraften, ellers vil systemet ikke akselerere,

men ligge i ro. Snordraget mellom m_1 og m_2 kaller vi T_1. For m_1 og m_3 har vi bare vertikale krefter, slik at N2 gir:

For m_1: $\sum F = T_1 - m_1 g = m_1 a \Rightarrow T_1 = m_1\left(a+g\right)$

For m_3: $\sum F = m_3 g - T_3 = m_3 a \Rightarrow T_3 = m_3\left(g-a\right)$

På m_2 virker både vertikale (tyngdekraft $m_2 g$ og normalkraft F_n) og horisontale (snordrag T_1 og friksjonskraft F_f rettet mot venstre, og snordrag T_3 mot høyre) krefter. For m_2 er det ingen bevegelse vertikalt slik at N1 gir:

$$\sum F_y = F_n - m_2 g = 0 \Rightarrow F_n = m_2 g$$

mens vi for horisontal bevegelsen får:

$$\sum F_x = T_3 - F_f - T_1 = T_3 - \mu_k F_n - T_1 = m_2 a \quad (3)$$

Vi har nå tre ukjente (T_1, T_3 og a) og tre likninger. Vi setter inn utrykkene for T_1, T_3 og F_n vi fant over inn i (3) og løser med hensyn på a:

$$a = \frac{m_3 - m_1 - \mu_k m_2}{m_1 + m_2 + m_3} = 1{,}9 \text{ m/s}^2$$

Sjekk om snordraget er stort nok til å sette systemet i bevegelse: Snordraget T_3 blir:

$$T_3 = m_3\left(g-a\right) = 35{,}7N$$

$$F_{f,s} = \mu_s F_n = 0{,}3 m_2 g = 4{,}4N < T_3 \Rightarrow a > 0 .$$

Svaralternativ A er dermed det riktige.

Oppgave 5

Kinetisk energi avhenger av farten (i kvadrat). Farten øker fra 0, med null luftmotstand, men så øker luftmotstanden, først proporsjonalt med v og seinere med v^2. Farten vil øke helt til friksjonskraften fra luftmotstanden er like stor som tyngdekraften, og deretter vil objektet falle med konstant fart. Kinetisk energi som funksjon av tid, vil dermed øke for så å flate ut mot en konstant verdi. I oppgaven skal vi svare på hvordan kinetisk energi varierer med distansen falt, og ikke tiden: Distansen falt øker med tiden, men nå IKKE som $y = y_0 + at^2$, siden a ikke er konstant, men avtar. Siden a avtar, er økningen i y langsommere enn for konstant a, og man nærmer seg en lineær sammenheng mellom y og t. Dermed vil kinetisk energi som funksjon av distanse falt også øke først, for så å flate ut når terminalfarten er nådd, dvs svaralternativ C.

Oppgave 6

Here er det snakk om energibevarelse og vi kan bruke arbeid-energi teoremet $W_{kons} + W_{ikke\ kons} = -\Delta U + W_{ikke\ kons} = \Delta K$. Vi skal finne energien tapts som friksjon, dvs $W_{ikke\ kons}$ som fra arbeid energi teoremet blir:

$$W_{ikke\ kons} = \Delta K + \Delta U = \Delta K_A + \Delta K_B + \Delta U_A + \Delta U_B .$$

Vi ser fra figuren at B må ha økt sin potensielle energi og A må ha redusert sin:

$\Delta U_A = \left(U_{A2} - U_{A1}\right) = -588J$ og $\Delta U_B = \left(U_{B2} - U_{B1}\right) = +98J$.

Både A og B har økt sin kinetiske energi:

$\Delta K_A = +330J$ og $\Delta K_B = +110J$.

Da blir friksjonstapet:

$W_{ikke\ kons} = \Delta K_A + \Delta K_B + \Delta U_A + \Delta U_B = \left(330 + 110 - 588 + 98\right)J = -50J$, dvs svaralternativ B. (Det negative fortegnet stemmer med at friksjonskraften mellom B og skråplanet er rettet i motsatt retning av forflytningen.)

Oppgave 7
Her er det snakk om en kortvarig kraftimpuls, og vi antar at ingen andre krefter virker. Da skal bevegelsesmengden vær bevart: Før kollisjonen er det bare kula som har bevegelsesmengde (lik $p_1 = mu$). Etter kollisjonen sitter kula fast i klossen slik at totalmassen blir $(m+M)$ og vi kaller farten til kule+kloss etter kollisjonen for v, slik at bevegelsesmengden etter kollisjonen er $p_2 = (m+M)v$. Bevaring av bevegelsesmengde gir $p_1 = p_2 \Leftrightarrow mu = (m+M)v \Leftrightarrow v/u = m/(m+M)$, dvs <u>svaralternativ D</u>.

Oppgave 8
Lineær fart kan uttrykkes som $v = R\omega$, sentripetalakselerasjon $a_r = R\omega^2$ og tangentiell akselerasjon $a_t = R\alpha$, <u>dvs svaralternativ A</u>.

Oppgave 9
Siden det ikke er noen friksjon er eneste kraft som virker på massen i horisontalplanet snordraget T (rettet inn mot origo for sirkelbevegelsen). Vertikalt balanseres normalkraft og tyngdekraft fra N1. Snordraget på tauet kan ikke være større enn bruddstyrken om tauet ikke skal ryke. Fra N2 får vi da at $\sum F_r = T = ma_r$ hvor a_r er akselerasjonen rettet radielt inn mot origo (sentripetalakselerasjonen), som kan utrykkes ved lineærfrata som $a_r = v^2/r$. Vi har da at

$T = ma_r = mv^2/r \Leftrightarrow v = \sqrt{Tr/m} = \sqrt{40 \cdot 5/2}\ \text{m/s} = 10\ \text{m/s}$, <u>dvs svaralternativ C.</u>

Oppgave 10
Arbeidet som kreves er lik mengden kinetisk energi som den rullende sylinderen har, $K = \frac{1}{2}I\omega^2$, hvor I er treghetsmomentet. Sylinderen som ruller på gulvet roterer ikke om sin egen akse (gjennom tyngdepunktet), men om en akse (parallelt med aksen til sylinderen) gjennom berøringspunktet med gulvet, dvs i en avstand R fra aksen gjennom tyngdepunktet. Vi må da bruke parallellakseteoremet for å finne treghetsmomentet, slik at kinetisk energi, or arbeidet blir lik:

$W = \Delta K = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2 + mR^2\right)\omega^2 = \frac{3}{4}mR^2 \cdot \left(\frac{v}{R}\right)^2 = \frac{3}{4}mv^2$, <u>dvs svaralternativ C.</u>