

Øving 1

Veiledning: 29.-31. aug. ifølge nettsider.

Innlevering: Fredag 1. sep. kl. 12:00

Gruppeinndelingen finner du på emnets nettside.

Lever øvinger i bokser utenfor R4.

Oppgave 1. Et dramatisk eksempel på retardasjon

Det finnes flere eksempler på at fallskjermhoppere som har hoppet uten at fallskjermen har åpnet seg, har overlevd fallet ved at de har truffet et tre, ei snøfonn eller en bratt skråning. Det er mulig å overleve et fall når retardasjonen idet en stopper mot underlaget er mindre enn ca. 500 m/s^2 , noe som tilsvarer $50g$, der tyngdens akselerasjon er $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

Hvor langt ned i ei snøfonn beveger fallskjermhopperen seg før hun stopper, dersom retardasjonen er konstant lik $50g$? Hastigheten idet hun treffer snøfonna er 144 km/t (40 m/s). Hvor lang tid tar retardasjonen før fallskjermhopperen stopper i snøfonna?

Oppgave 2. Bremsing ved væskefriksjon (og store hastigheter)

Akselerasjonen til en klinkekule som beveger seg med relativt stor hastighet gjennom en væske kan i rimelig tilnærming skrives som

$$a = -bv^2 \quad ; \quad (v > 0),$$

der b er en konstant som avhenger av væskens egenskaper og klinkekulas masse og radius. Vi ser bort fra tyngdens akselerasjon i denne oppgaven.

a. Dersom klinkekula treffer væsken med hastigheten v_0 , hva blir uttrykket for kulas hastighet $v(t)$ som funksjon av tida?

b. Dersom $b = 4,0 \text{ m}^{-1}$ (sjekk at dimensjonen stemmer!) og $v_0 = 1,50 \text{ m/s}$, hvor lang tid tar det før hastigheten er redusert til det halve? Og hvor langt har da kula beveget seg i væsken?

Oppgave 3. Bueskytterens skråplan

En pil skytes oppover en bakke som har konstant helningsvinkel α . Pilen har en utgangshastighet v_0 , og en utgangsvinkel θ i forhold til horisontalplanet ($\theta > \alpha$). Vi ser bort fra luftmotstanden. Rekkevidden til skuddet (avstanden langs bakken fra startpunkt til nedslagspunkt) betegner vi med L .

a. Tegn figur! Velg koordinatsystem (x, y) og la utskytingen skje fra origo.

b. Finn tida t_b før pilen treffer bakken og vis at $L = \frac{2v_0^2 \cos^2 \theta}{g \cos \alpha} \cdot (\tan \theta - \tan \alpha)$.

c. Finn den vinkelen, θ_{maks} , som gir maksimal rekkevidde. Sjekk svaret for $\alpha = 0$.

OPPGITT: $1/\tan \alpha = -\tan(\alpha + \pi/2)$. Formler for $\sin 2\theta$ og $\cos 2\theta$ kan også være nyttige.

Oppgave 4. Raskest mulig elvekryssing

En mann skal krysse en elv med bredde b , og vil på kortest mulig tid komme seg over elva til punktet tvers over, i forhold til startpunktet. Vi regner som om vannets hastighet \vec{V} er den samme, uavhengig av avstanden fra elvebreddene. Mannen har tilgjengelig en robåt, og kan ro med en fart \vec{v}' relativt vannet, og med en hvilken som helst vinkel θ i forhold til \vec{V} . Når båten har landet, går mannen til det ønskete punktet på elvebredden med marsjfarten v_g langs bredden.

a. Tegn figur, og finn uttrykk for båtens hastighetskomponenter v'_x og v'_y relativt vannet i elva, og båtens hastighet v_x og v_y relativt et landfast koordinatsystem.

b. Finn et uttrykk for tida det totalt tar (roing pluss gange) for å komme til det ønskete punktet, som funksjon av vinkelen θ .

c. Finn et uttrykk for den vinkelen, θ_{min} , som minimaliserer tida. Bestem θ_{min} for det tilfellet at $b = 150 \text{ m}$, $|\vec{v}'| = 3,0 \text{ km/t}$, $|\vec{V}| = 2,00 \text{ km/t}$, og $v_g = 5,0 \text{ km/t}$.

d. Men.. kan uttrykket du fant under pkt. c ha generell gyldighet? Sjekk svaret uttrykket gir for θ_{min} når du setter $V = 0$. Kan dette være riktig? Den fullstendige løsning av dette minimeringsproblemet er en utfordring til de ambisiøse!

Utvalgte fasitsvar: 2b) $0,167 \text{ s}$; $0,173 \text{ m}$ 3c) $\pi/4 + \alpha/2$, 4c) 115°