

TFY4115 Fysikk (MTELSYS/MTTK/MTNANO)

Løsningsforslag for øving 9

Oppgave 1.

Hvis du vet, eller finner ut, at luft har massetetthet $\rho \approx 1,2 \text{ kg/m}^3$, er det bare å multiplisere med volumet som f.eks. er ca. $10 \text{ m}^2 \times 2,4 \text{ m} = 24 \text{ m}^3$. Dette gir en masse omkring 30 kg.

Eller vi kan beregne massetettheten fra ideell gasslov $pV = Nk_B T$. Vi finner først antall molekyler per volumenheter ved $p = 1,0 \text{ atm} \approx 1 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ og $T = 300 \text{ K}$:

$$\frac{N}{V} = \frac{p}{k_B T} \approx \frac{10^5 \text{ N/m}^2}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \text{ Nm}} \simeq 2,4 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}.$$

Vi trenger midlere masse per molekyl. Med ca 20 % O_2 (32 g/mol) og resten N_2 (28 g/mol) veier luft ca. 29 g/mol, som gir $\langle m \rangle \approx 4,8 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$ per molekyl. Dermed

$$\rho = \langle m \rangle \frac{N}{V} \approx 1,2 \text{ kg/m}^3.$$

Oppgave 2. Væskeutvidelse.

En temperaturendring på 0,10 grad = 0,10 K skal gi en høydeendring på 1,0 mm, eller la oss regne med 1,0 K endring og 10,0 mm. Med $r = 0,20 \text{ mm}$ krever dette en volumendring

$$\Delta V = A \cdot h = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 0,20^2 \text{ mm}^2 \cdot 10 \text{ mm} = 1,26 \text{ mm}^3.$$

Fra volumutvidelseskoeffisienten $\beta = \frac{\Delta V}{V \Delta T}$ bestemmes totalt volum sprit å være

$$V = \frac{\Delta V}{\beta \Delta T} = \frac{1,26 \text{ mm}^3}{0,0010 \text{ K}^{-1} \cdot 1,0 \text{ K}} = 1,26 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 = \underline{1,3 \text{ ml}}.$$

“Kula” må innholde omtrent alt dette fordi selve røret f.eks. med sprithøyde 10 cm inneholder kun $12,6 \text{ mm}^3$.

Oppgave 3. van der Waals tilstandsligning.

a. Ideell gass ved $20^\circ\text{C} = 293 \text{ K}$ og $n = 1,00 \text{ mol}$ luft i et volum $24,01 = 24,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ har trykk

$$p = \frac{nRT}{V} = \frac{1,00 \cdot 8,314 \cdot 293 \text{ Nm}}{24,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3} = \underline{1,015 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 1,00 \text{ atm}}.$$

Ved samme temperatur men med volum 0,24 l blir trykket

$$p = \frac{nRT}{V} = \frac{1,00 \cdot 8,314 \cdot 293}{0,24 \cdot 10^{-3}} \text{ Pa} = \underline{1,015 \cdot 10^7 \text{ Pa} = 100 \text{ atm}}.$$

b. Konstantene i van der Waals tilstandsligning med enheter egnet for oppgaven blir

$$a = 1,368 \text{ bar} \left(\frac{\text{m}^3}{\text{kmol}} \right)^2 = 0,1368 \text{ Pa} \left(\frac{\text{m}^3}{\text{mol}} \right)^2 = 0,1368 \cdot 10^6 \text{ Pa} \left(\frac{1}{\text{mol}} \right)^2 \text{ og}$$

$$b = 0,0367 \text{ m}^3/\text{kmol} = 0,0367 \text{ l/mol}.$$

van der Waals tilstandsligning med 20°C og $n = 1,00 \text{ mol}$ luft i et volum $V = 24,0 \text{ l}$ gir:

$$\begin{aligned} p &= \frac{nRT}{V - bn} - \frac{n^2 a}{V^2} \\ &= \frac{1,00 \cdot 8,314 \cdot 293 \text{ Nm}}{(24,0 - 0,0367) \cdot 10^{-3} \text{ m}^3} - \frac{1,0^2 \cdot 0,1368 \cdot 10^6}{(24,0)^2} \text{ Pa} = (1,0166 - 0,0024) \cdot 10^5 \text{ Pa} = 1,014 \cdot 10^5 \text{ Pa} = \underline{1,00 \text{ atm}}. \end{aligned}$$

Med volum 0,24 l finner vi tilsvarende

$$p = \frac{1,00 \cdot 8,314 \cdot 293 \text{ Nm}}{(0,24 - 0,0367) \cdot 10^{-3} \text{ m}^3} - \frac{1,0^2 \cdot 0,1368 \cdot 10^6}{(0,24)^2} \text{ Pa} = (1,198 - 0,238) \cdot 10^7 \text{ Pa} = 9,61 \cdot 10^6 \text{ Pa} = \underline{94,6 \text{ atm}}.$$

For standard tilstand er det kun 0,1 % avvik mellom van der Waals gass og ideell gass. Men ved komprimering 100x viser første ledd at korreksjon for molekylvolum bidrar til 1,198/1,015 høyere trykk (+18,1 %). Andre ledd viser at krafttiltrekking mellom molekylene bidrar til 0,238/1,015 lavere trykk (-23,5 %), totalt 5,4 % lavere trykk.

Oppgave 4. Trening i første hovedsetning.

Grunnlag: Den indre energien U til et system er bestemt av tilstanden, mens Q og W er bestemt av prosessen. Vi bruker første hovedsetning: $\Delta U = Q - W$, med indeksbruk:

$$\Delta U_{AB} = U_B - U_A,$$

$$Q_{AB} = \text{varme mottatt i prosess } A \rightarrow B,$$

$$W_{AB} = \text{arbeid utført i prosess } A \rightarrow B.$$

Oppgitt: $Q_{ACB} = +80 \text{ J}$, $W_{ACB} = +30 \text{ J}$.

Den som skriver $Q_{AB} = Q_B - Q_A$ synder grovt: Q ingen tilstandsfunksjon!

a. Første hovedsetning: $\Delta U_{AB} = Q_{ACB} - W_{ACB} = \underline{50 \text{ J}}$.

b. $Q_{ADB} = \Delta U_{AB} + W_{ADB} = 50 \text{ J} + 10 \text{ J} = \underline{60 \text{ J}}$

c. $\Delta U_{BA} = Q_{BA} - W_{BA} \Rightarrow Q_{BA} = \Delta U_{BA} + W_{BA} = -50 \text{ J} - 20 \text{ J} = \underline{-70 \text{ J}}$.

Negativt betyr at varmen er avgitt fra systemet.

d. $Q_{AD} = \Delta U_{AD} + W_{AD} = 40 \text{ J} + 10 \text{ J} = \underline{50 \text{ J}}$

$$Q_{DB} = \Delta U_{DB} + W_{BD} = U_B - U_D + 0 = (U_B - U_A) + (U_A - U_D) = 50 \text{ J} - 40 \text{ J} = \underline{10 \text{ J}}$$

Alternativt: $Q_{DB} = Q_{ADB} - Q_{AD} = 60 \text{ J} - 50 \text{ J} = \underline{10 \text{ J}}$

Oppgave 5. Isotermt arbeid.

Trykket er $p = nRT/V$, dermed er arbeidet utført av gassen lik:

$$W = \int_1^2 p dV = nRT \ln(V_2/V_1) = nRT \ln 2 = 2 \cdot 8,31 \text{ J}/(\text{K} \cdot \text{mol}) \cdot 300 \text{ K} \cdot \ln 2 = \underline{3,46 \text{ kJ}}$$

$\Delta U = 0$ fordi U kun er avhengig av temperaturen for ideell gass. Tilført varme $Q = \Delta U + W = \underline{3,46 \text{ kJ}}$.

Oppgave 6. Tilstandsdiagram og arbeid.

Tilstand 1: $p_1 V_1 = nRT_1$

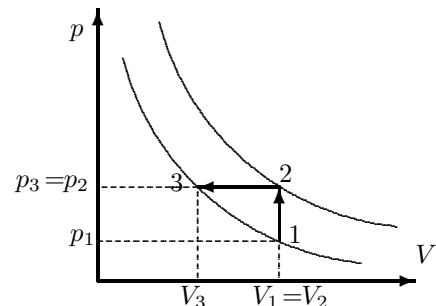
Tilstand 2: $p_2 V_2 = nRT_2$, $V_2 = V_1 \wedge T_2 = 2T_1 \Rightarrow p_2 = 2p_1$

Tilstand 3: $p_3 V_3 = nRT_3$, $p_3 = p_2 = 2p_1 \wedge T_3 = T_1 \Rightarrow V_3 = \frac{1}{2} V_1$

Arbeid utført kun i $2 \rightarrow 3$ og prosessen er isobar, slik at:

$$W = \int_2^3 p dV = p_2(V_3 - V_2) = 2p_1 \left(\frac{1}{2} V_1 - V_1 \right) = -p_1 V_1.$$

Dvs. arbeid gjort på gassen er lik $p_1 V_1$, QED.



Oppgave 7. Flervalgsoppgaver.

a. Rett svar: D. Da de slippes fra samme høyde har ballene samme fart, v , når de treffer golvet. Farten etter kollisjon med golvet er gitt av hvor høyt hver ball spretter, ball A har størst fart v'_A og B noe mindre, v'_B . Men kraftstøtene $F_A \Delta t_A = m_A(v'_A - v)$ og $F_B \Delta t_B = m_B(v'_B - v)$ kan ikke beregnes uten å ha oppgitt massene.

b. Rett svar: C. Normalt på skråplanet har tyngden komponent $mg \cos \theta$ og krafta F komponent $F \sin \theta$, begge i samme retning. Newton 1 i retning normalt på skråplanet gir at normalkrafta må være lik summen av disse. Om klossen akselererer oppover har ingen betydning, om det er friksjonskraft har heller ikke noen betydning.

c. Rett svar: B. Med utvidelse i tre retninger er volumutvidelseskoeffisienten tre ganger den lineære:

$$\beta = \frac{1}{V} \frac{dV}{dT} = \frac{1}{L^3} \frac{dL^3}{dT} = \frac{1}{L^3} 3L^2 \frac{dL}{dT} = 3 \cdot \left(\frac{1}{L} \frac{dL}{dT} \right) = 3\alpha.$$

d. Rett svar: B. Med konstant effekt P er $Q = Pt$. Videre er $Q_s = L_s m$ og $Q_f = L_f m$. Konstant temperatur ved smelting avleses til 1,5 tidsintervaller og tilsvarende ved fordampning 2,5 tidsintervaller. Dette gir $L_s/L_f = 1,5/2,5 = 0,60$.

A.Mi. 24. okt. 17.