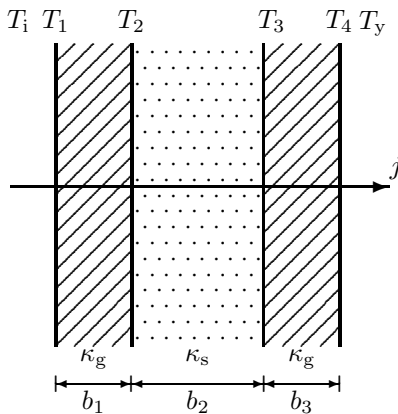


# TFY4115 Fysikk (MTELSYS/MTTK/MTNANO)

## Løsningsforslag for øving 12

### Oppgave 1.



Varmetransporten i gran og glassvatt følger Fouriers varmeledningslikning ( $dT/dx < 0$ ):

$$j = -\kappa dT/dx.$$

For ei plate med tykkelse  $b$  og temperaturforskjell  $\Delta T$  mellom platas to sider (alle størrelser positive):

$$j = \frac{\kappa}{b} \Delta T.$$

Varmetransport ved overgangen luft/panel følger

$$j = \alpha \Delta T.$$

Disse likninger er helt analoge Ohms lov for likestrøm, med  $\Delta T$  i rollen som elektrisk spenning,  $j$  som elektrisk strøm, og henholdsvis  $b/\kappa$  og  $1/\alpha$  i rollen som elektrisk motstand. En lagdelt vegg er helt analog en seriekopling av elektriske motstander.

**a.** Varmestrømtettheten må være den samme for alle lag (ellers ville interne temperaturer endres over tid). For å beskrive varmetransporten over alle lag trenger vi i tillegg til temperaturene  $T_i, T_2, T_3$  og  $T_y$ , også temperaturen på overflate av innerpanel og ytterpanel, som vi naturlig kaller  $T_1$  og  $T_4$  (se figur). De inngår i likn. (1) og (5) nedenfor.

$$\begin{aligned} \text{b.} \quad j &= \alpha_{\text{inne}} \cdot (T_i - T_1) & (1) \\ j &= \kappa_g/b_1 \cdot (T_1 - T_2) & (2) \\ j &= \kappa_s/b_2 \cdot (T_2 - T_3) & (3) \\ j &= \kappa_g/b_3 \cdot (T_3 - T_4) & (4) \\ j &= \alpha_{\text{ute}} \cdot (T_4 - T_y) & (5) \end{aligned}$$

Alle disse varmestrømmer  $j$  er like. Divisjon i hver likning med koeffisienten foran  $\Delta T$  på høyre side og deretter sum av alle likninger gir følgende uttrykk med innsetting av tallverdier:

$$j = \frac{T_i - T_y}{1/\alpha_{\text{inne}} + b_1/\kappa_g + b_2/\kappa_s + b_3/\kappa_g + 1/\alpha_{\text{ute}}} \quad (6)$$

$$= \frac{22 - 5}{1/7,5 + 0,02/0,14 + 0,10/0,047 + 0,025/0,14 + 1/25} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad (7)$$

$$= \frac{17}{0,133 + 0,142 + 0,179 + 2,128 + 0,040} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = \frac{17}{2,622} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = \underline{\underline{6,48 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}}. \quad (8)$$

**c.** Temperaturen  $T_1$  på innerside av innerpanelet finner vi fra (1) og  $T_2 - T_1$  og dermed temp.  $T_2$  på yttersiden av innerpanelet finner vi fra (2):

$$T_1 = T_i - j/\alpha_{\text{inne}} = (22 - 6,48/7,5) \text{ }^\circ\text{C} = (22 - 0,86) \text{ }^\circ\text{C} = 21,136 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_2 = T_1 - j \cdot b_1/\kappa_g = (21,136 - 6,48 \cdot 0,142) \text{ }^\circ\text{C} = (21,136 - 0,920) \text{ }^\circ\text{C} = \underline{\underline{20,2 \text{ }^\circ\text{C}}}.$$

**d.** Med 10 cm steinull blir det årlige varmetapet ut gjennom  $100 \text{ m}^2$  veggflate, under de gitte forutsetninger

$$\dot{E}(10\text{cm}) = 6,48 \cdot 10^{-3} \text{ kW/m}^2 \cdot 100 \text{ m}^2 \cdot 24(\text{h/døgn}) \cdot 200(\text{døgn/år}) = \underline{\underline{3110 \text{ kWh/år}}}.$$

**EKSTRA e.**

Økning av tykkelse for steinull gir nye tall for  $b_2$  i likn. (7) med henholdsvis 0,15 og 0,20, og resultatet blir

$$j(15 \text{ cm}) = 4,61 \text{ W/m}^2 \Rightarrow \dot{E}(15 \text{ cm}) = 2213 \text{ kWh/år, besparelse } 897 \text{ kWh,}$$

$$j(20 \text{ cm}) = 3,58 \text{ W/m}^2 \Rightarrow \dot{E}(20 \text{ cm}) = 1717 \text{ kWh/år, ytterligere besparelse } 496 \text{ kWh.}$$

Den gjennomsnittlige utetemperatur som er valgt i oppgaven er ikke urimelig i Stavanger, men i Kautokeino er den åpenbart for høy. Dersom en for eksempel velger  $-3^\circ$  i stedet for  $+5^\circ$ , må energitallene ovenfor multipliseres med faktoren 25/17.

Moral: Ved å gå opp fra 10 cm til 15 cm eller 20 cm isolasjon, kan en spare opp mot 1000 kWh per år. (Under de gitte forutsetninger!) Ved nybygg vil god veggisolasjon høyst sannsynlig være en fornuftig investering, mens det fra et reint økonomisk synspunkt er mer tvilsomt om etterisolering lønner seg. Det er i alle fall grunn til å sjekke om en ikke får mer kostnadseffektive energibesparelser ved å skifte ut vinduene!

## Oppgave 2.

a. Som oppgitt er for prosessen  $\Delta U = 0$ , og vi finner fra oppgitt uttrykk for  $U$  for vdW-gassen:

$$U_1 = U_2 \Rightarrow nC_V T_1 - \frac{an^2}{V_1} = nC_V T_2 - \frac{an^2}{V_2} \Rightarrow T_2 - T_1 = -\frac{an^2}{nC_V} \left( \frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right).$$

For å finne  $V_2$  kunne vi bruke adiabatlikningen for vdW-gass for  $T$  og  $V$ , men vi approksimerer for ikke å regne for mye: Trykket før ekspansjonen anslås fra ideal-gasslov til  $p_1 = nRT_1/V_1 = 20,3 \text{ MPa} = 201 \text{ atm} \gg 1 \text{ atm}$  og dermed  $V_1 \ll V_2$  ( $= V_1 \cdot \frac{p_1}{p_2} = 24 \text{ m}^3$  hvis ideell gass). Bruk av vdW-likningen ville gi litt høyere  $p_1$ , men uansett  $V_2 \gg V_1$ . Approksimerer derfor i uttrykket for temp.fallet:

$$T_2 - T_1 \approx -\frac{an}{1,506 R} \cdot \frac{1}{V_1} = -\frac{3,44 \cdot 10^{-3} \text{ J m}^3 \text{ mol}^{-2} \cdot 1000 \text{ mol}}{1,506 \cdot 8,31 \text{ JK}^{-1} \text{ mol}^{-1} \cdot 0,12 \text{ m}^3} = \underline{\underline{-2,3 \text{ K}}}.$$

Selv for He-gass, som er den mest ideelle man kan finne, blir det altså et markant temp.fall.

b. For 1000 mol luft med  $a = 137 \cdot 10^{-3} \text{ J m}^3 \text{ mol}^{-2}$  og  $C_V = 2,5 R$  ville vi finne  $\Delta T = -55 \text{ K}$ ! Men så er også den angitte prosessen en ekstrem ekspansjon.

## Oppgave 3.

a. B. 3 = fast stoff, 1 = væske, 2 = gass, 4 = trippelpunkt, 5 = kritisk punkt

b. B. Ved adiabatisk kompresjon er  $pV^\gamma$  konstant slik at  $p_1 = p_0 (V_0/V_1)^\gamma = p_0 \cdot 3^\gamma$ . Gassene er ideelle og ved  $0^\circ \text{C}$  har enatomige He  $\gamma = C_p/C_V = 5/3$  mens toatomige  $\text{O}_2$  har  $\gamma = C_p/C_V = 7/5 < 5/3$ . Størst  $\gamma$  gir størst trykk, altså He størst trykk. Fra ideell gasslov  $pV = nRT$  vil ved slutttilstanden gassen med høyest  $p$  også ha høyest  $T$  når sluttvolumene er de samme.

c. B. Carnotvarmepumpa har effektfaktor  $\eta = \left| \frac{Q_H}{W} \right| = \frac{T_H}{T_H - T_L} = \frac{308}{40} = 7,70$ . Arbeid  $W = \frac{Q_H}{7,70} = 0,195 \text{ kJ}$ .

d. C. Parallellkopling av varmemotstander er som parallellkopling av elektriske motstander,  $\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}$  eller  $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ . Utregnet: I hver stav:  $\dot{Q}_i = \frac{\kappa_i A_i \Delta T}{\ell} = \frac{\Delta T}{R_i}$  (formelsamling). Temperaturfallet  $\Delta T = T_H - T_L$  er det samme i begge stavene. Total varmestrom  $\dot{Q} = \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2$  gir derfor  $\frac{\Delta T}{R} = \frac{\Delta T}{R_1} + \frac{\Delta T}{R_2}$ , altså  $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ .

e. C. Ved stasjonære forhold er varmestrom inn mot og ut fra midtplate like store:

$$\sigma(T_1^4 + T_3^4) = 2\sigma T_2^4 \Rightarrow T_2 = ((T_1^4 + T_3^4)/2)^{1/4} = 334 \text{ K}.$$

## EKSTRAOPPGAVE

### Oppgave 4.

Volum før:  $V_0 = 250 \text{ cm}^3 = 250 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ .

Volum etter:  $V_1 = 1 \text{ cm} \cdot \pi \cdot (0,5 \text{ mm})^2 = 7,85 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^3 = 7,85 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3$ .

a. Ideell gass, isoterm:  $p_0 V_0 = p_1 V_1 \Rightarrow p_1 = p_0 \frac{V_0}{V_1} = 0,20 \text{ Pa} \cdot \frac{250}{7,85 \cdot 10^{-3}} = 6369 \text{ Pa} = \underline{\underline{63,7 \text{ hPa}}}$ .

b. Når trykket når  $23,3 \text{ hPa}$  vil vanndamp kondenseres og trykket holde seg konstant, dvs.  $\underline{\underline{p_1 = 23,3 \text{ hPa}}}$ .

c. Vanndamp som kondenseres finnes enklest ved å beregne vanndampmengde i starttilstanden og vanndampmengde i slutttilstanden:

$$\text{Start: } n_0 = \frac{p_0 V_0}{RT} = \frac{0,20 \text{ N/m}^2 \cdot 250 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3}{8,31 \cdot 293 \text{ J/mol}} = 20,54 \cdot 10^{-9} \text{ mol} = 20,54 \text{ nmol}.$$

$$\text{Slutt: } n_0 = \frac{p_1 V_1}{RT} = \frac{2330 \text{ N/m}^2 \cdot 7,85 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3}{8,31 \cdot 293 \text{ J/mol}} = 7,51 \text{ nmol}.$$

$$\text{Kondensert vann: } \Delta n = 13,03 \text{ nmol, dvs. } \Delta m = 13,03 \text{ nmol} \cdot 18 \text{ g/mol} = \underline{\underline{0,23 \mu\text{g}}}.$$

d. Forutsetninger gjort:

1) Sett bort fra volum i øvre kapillar ved beregning av  $V_0$  ( $V_1 = 78,5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^3 \ll V_0$ ).

2) Regner vanndamp som ideell, selv i likevekt med væske. Dvs. dampen følger  $pV = nRT$ . Men merk at  $n$  ikke er konstant.

3) Vi har i b. sett bort fra volumet av kondensert vann som for  $0,23 \mu\text{g}$  er  $0,23 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^3 \ll V_1$ .