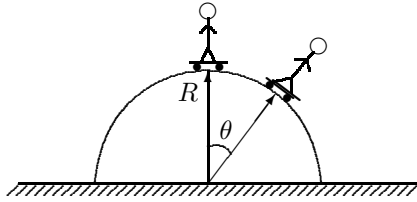


# TFY4115 Fysikk (MTELSYS/MTTK/MTNANO)

## Frivillig ekstraøving

Dette er oppgaver som ble gitt i regneøving tidligere, men som det ikke er plass for lenger. Oppgave 1 a og b ble vist som eksempel i forelesning 7. sep -17, oppgave 2 er det samme med friksjon som ble diskutert kort i forelesningen. Ingen veiledning eller innlevering.

### Oppgave 1.



En sprø rullebrettentusiast balanserer på toppen av St. Paul katedralen, som danner en halvkuleformet kuppel med radius  $R = 50$  m. Han har masse  $m$ , tyngdeakselerasjonen er  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  og friksjon neglisjeres. Likevekten er ustabil, og som følge av en liten ustøhet, begynner han å rulle nedover flata.

Under bevegelsen er akselerasjonen ikke konstant. Det er enkelt å analysere problemet analytisk med energilikninger, og det skal du gjøre først. Deretter skal du løse bevegelseslikningene numerisk med et Matlab-program.

#### Analytisk:

**a.** Bruk energibetraktning til å finne uttrykk for hastigheten,  $v$ , som funksjon av vinkel  $\theta$ . Finn uttrykk for  $F_N(\theta)$ , dvs. normalkrafta mellom brettet og underlaget.

**b.** Ved hvilken vinkel  $\theta_0$  vil brettkjøreren lette fra kuppelen? Og hva er hastigheten  $v_0$  da?

#### Med Matlab:

**c.** Med vinkelhastighet  $d\theta/dt = \omega$  og vinkelakselerasjon  $d\omega/dt = \alpha$  blir bevegelseslikningene på differensiell form:

$$\alpha = \frac{a}{R} = \frac{G_{\parallel}/m}{R} = \frac{g \sin \theta}{R}, \quad d\omega = \alpha \cdot dt, \quad d\theta = \omega \cdot dt.$$

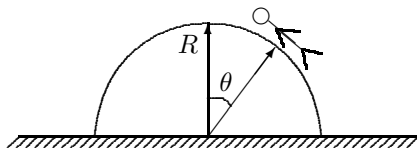
Disse likningene er litt kinkige å løse analytisk, da akselerasjonen  $\alpha$  er avhengig av  $\theta$ , og  $\theta$  igjen av avhengig av tida  $t$ . Vi velger derfor numerisk integrasjon med et Matlab-program.

Om du ønsker kan du velge Verlet-integrasjon som i tidligere øvinger, men vil her anbefale en mer direkte metode (Euler-metode). Mye hjelp finner du i øvingstips på nettsida, det er ikke noe nederlag å kikke der.

Finn  $\alpha, \theta, \omega$  og  $F_N$  for hvert tidsstep. Plott resultatet for  $\theta, \omega$  og  $F_N$  som funksjon av tida. Plott også  $\alpha, \omega$  og  $F_N$  som funksjon av  $\theta$  og drøft om resultatet stemmer med det analytiske resultatet i a.

Legg i programmet ditt inn en mulighet for å finne ved hvilken vinkel  $\theta_0$  brettkjøreren vil lette fra kuppelen. Stemmer svaret med det analytiske i b?

### Oppgave 2. Samme som oppgave 1, nå med friksjon.



En takarbeider har et oppdrag på toppen av samme katedralen. Arbeideren er usikret, tipper overende, greier ikke å klamre seg fast og glir nedover taket. Arbeideren har masse  $m$  og friksjonskoeffisienten mellom arbeideren og taket er  $\mu_k = \mu_s = \mu$ .

#### Med Matlab:

**a.** Løs problemet ved å ta utgangspunkt i Matlab-programmet ditt ovenfor. Du trenger bare små tillegg i programmet ved å legge inn en friksjonskoeffisient  $\mu$  som en ny variabel og friksjonskraft  $F_f(\theta) = \mu F_N(\theta)$  som bidrar til lavere akselerasjon  $\alpha$ . Varier verdien for  $\mu$  og se om resultatet er rimelig. For  $\mu = 0$  skal resultatet bli som ovenfor. Kurver for f.eks.  $\mu = 0, 30$ .

#### Analytisk:

**b.** Sett opp uttrykk for energibalanse over en liten forflytning  $d\theta$  for arbeideren og kom slik fram til en differensiallikning som beskriver sammenhengen mellom  $v$  og  $\theta$  langs kuleoverflata. Differensiallikningen trengs ikke løses. Drøft om likningen vil gjelde alle vinkler  $\theta$ .

Utvalgte fasitsvar:

1a:  $v(\theta) = \sqrt{2gR(1 - \cos\theta)}$ , 1b:  $F_N = mg(3 \cos\theta - 2)$ ;  $\theta_0 = 48^\circ$ ,  $v_0 = 65 \text{ km/h}$