Inst. for fysikk 2013

TFY4145/FY1001 Mekanisk fysikk
Formelark

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningene. Til eksamen vil bli oppgitt formelark omlag som denne, men det kan bli små justeringer. I tillegg finnes en mengde definisjoner og formler i Angell & Lian: Fysiske størrelser og enheter. Siste revisjon: 6.12.13

$g = 9,81\,\mathrm{m/s^2}$ Resten av konstantene hentes fra Angell & Lian: Fysiske størrelser og enheter.

$\vec{F}(\vec{r},t) = \dfrac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$, der $\vec{p}(\vec{r},t) = m\vec{v} = m\dot{\vec{r}}$ $\quad \vec{F} = m\vec{a}$

Konstant $\vec{a}$: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \quad \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \dfrac{1}{2}\vec{a}t^2 \quad v^2 - v_0^2 = 2\vec{a}\cdot(\vec{r}-\vec{r}_0)$

Arbeid $\mathrm{d}W = \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{s} \qquad W_{12} = \displaystyle\int_1^2 \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{s}$

Kinetisk energi $E_\mathrm{k} = \dfrac{1}{2}mv^2$ Potensiell energi $E_\mathrm{p}(\vec{r})$, tyngde: $E_\mathrm{p}(h) = mgh$, fjær: $E_\mathrm{p}(x) = \frac{1}{2}kx^2$

$E = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 + E_\mathrm{p}(\vec{r}) + \text{friksjonsarbeide} = \text{konstant}$

Konservativ kraft: $\vec{F} = -\vec{\nabla}E_\mathrm{p}(\vec{r})$ Éndim: $F_x = -\dfrac{\partial}{\partial x}E_\mathrm{p}(x,y,z)$ f.eks. Hookes lov (fjær): $F_x = -kx$

Tørr friksjon: Statisk: $|F_\mathrm{f}| \le \mu_\mathrm{s}\,F_\perp$, kinetisk: $|F_\mathrm{f}| = \mu_\mathrm{k}\,F_\perp$

Våt friksjon (luft/vann): $\vec{F}_\mathrm{f} = -k_\mathrm{f}\vec{v}$ (liten v) $\quad \vec{F}_\mathrm{f} = -bv^2\,\hat{v}$ (stor v)

Massefellespunkt: $\vec{r}_\mathrm{cm} = \dfrac{1}{M}\displaystyle\sum_i \vec{r}_i m_i \to \dfrac{1}{M}\int \vec{r}\cdot\mathrm{d}m \qquad M = \sum m_i$

Kraftimpuls: $\int_{\Delta t}\vec{F}(t)\mathrm{d}t = m\Delta\vec{v}$ Alle støt: $\sum \vec{p}_i = \text{konstant}$ Elastisk støt: $\sum E_{\mathrm{k},i} = \text{konstant}$

Vinkelhastighet $\vec{\omega} = \omega\,\hat{\omega} \quad |\,\vec{\omega}\,| = \omega = \dot{\theta}$ Vinkelakselerasjon $\vec{\alpha} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t} \quad \alpha = \dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \ddot{\theta}$

Konstant $\vec{\alpha}$: $\omega = \omega_0 + \alpha t \quad \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \dfrac{1}{2}\alpha t^2 \quad \omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\cdot(\theta - \theta_0)$

Sirkelbev.: $v = r\omega$ Sentripetalaks.: $\vec{a}_\mathrm{c} = -v\omega\,\hat{\mathbf{r}} = -\dfrac{v^2}{r}\,\hat{\mathbf{r}} = -r\omega^2\,\hat{\mathbf{r}}$ Baneaks.: $a_\mathrm{t} = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = r\,\dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = r\,\alpha$

Kraftmoment (dreiemoment) om origo: $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}$ Arbeid: $\mathrm{d}W = \tau\mathrm{d}\theta$

Betingelser for statisk likevekt: $\Sigma\vec{F}_i = \vec{0} \quad \Sigma\vec{\tau}_i = \vec{0}$, uansett valg av referansepunkt for $\vec{\tau}_i$

Spinn (dreieimpuls) og spinnsatsen: $\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p} \quad \vec{\tau} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{L}$ Stive legemer: $\vec{L} = I\cdot\vec{\omega} \quad \vec{\tau} = I\cdot\dfrac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t}$
der treghetsmoment $I \overset{\mathrm{def}}{=} \sum m_i r_i^2 \to \int r^2\mathrm{d}m$ med r = avstanden fra m_i ($\mathrm{d}m$) til rotasjonsaksen.

Rotasjonsenergi: $E_\mathrm{k,rot} = \frac{1}{2}\,I\,\omega^2$,

Med rotasjonsaksen gjennom massemiddelpunktet: $I \to I_0$, og da gjelder:
massiv kule: $I_0 = \frac{2}{5}\,MR^2$ kuleskall: $I_0 = \frac{2}{3}\,MR^2$ sylinder/skive: $I_0 = \frac{1}{2}MR^2$
åpen sylinder/ring: $I_0 = MR^2$ lang, tynn stav: $I_0 = \frac{1}{12}\,M\ell^2$

Parallellakseteoremet (Steiners sats): $I = I_0 + Md^2$

Legemer som har translasjon og rotasjon: $\vec{L} = \vec{R}_\mathrm{cm}\times M\vec{V} + I_0\vec{\omega}$, $\quad E_\mathrm{k} = \frac{1}{2}\,M\,V^2 + \frac{1}{2}\,I_0\,\omega^2$

(forts. neste side)

Gravitasjon $\quad \vec{F}(\vec{r}) = -G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}} \qquad E_\mathrm{p}(r) = -G\dfrac{M}{r}m$

Udempet svingning: $\quad \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad T = \dfrac{2\pi}{\omega_0} \qquad f_0 = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega_0}{2\pi}$ $\qquad$ Masse/fjær: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

Tyngdependel: $\quad \ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin\theta = 0, \quad \text{der} \sin\theta \approx \theta$ $\qquad$ Fysisk: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{mgd}{I}}$ $\quad$ Matematisk: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{\ell}}$

Dempet svingning: $\quad \ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $\qquad$ Masse/fjær: $\omega_0 = \sqrt{k/m} \qquad \gamma = b/(2m)$

$\gamma < \omega_0$ Underkritisk dempet: $\quad x(t) = A\,\mathrm{e}^{-\gamma t}\cos(\omega_\mathrm{d} t + \phi)$ $\quad$ med $\omega_\mathrm{d} = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$

$\gamma > \omega_0$ Overkritisk dempet: $\quad x(t) = A^+\mathrm{e}^{-\alpha^{(+)}t} + A^-\mathrm{e}^{-\alpha^{(-)}t}$ $\quad$ med $\alpha^{(\pm)} = \gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$

eller $\quad x(t) = A\,\mathrm{e}^{-\gamma t}\cosh(\beta t + \phi)$ $\quad$ med $\beta = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$

Tvungen svingning: $\quad \ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0\cos\omega t,$ $\quad$ med (partikulær)løsning når $t \gg \gamma^{-1}$:

$x(t) = A_0\cos(\omega t - \delta),$ $\quad$ der $\quad A_0(\omega) = \dfrac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}} \qquad \tan\delta = \dfrac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$

"Rakettlikningen": $m(t)\,\dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \vec{F}_\mathrm{Y} + \beta\vec{u}_\mathrm{ex}$ $\quad$ der $\beta = \dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$ og $\vec{u}_\mathrm{ex}$ = utskutt masses hastighet relativ hovedmasse

Gauss' feilforplantningslov: $(\Delta q)^2 = \displaystyle\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial q}{\partial a_i}\,\Delta a_i\right)^2$

Middelverdi (gjennomsnittsverdi): $\overline{x} = \dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{i=1}^{N} x_i$

Standardavvik (feil i enkeltmåling): $\delta_x = \sqrt{\left(\dfrac{1}{N-1}\displaystyle\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2\right)}$

Standardfeil (feil i middelverdi): $\delta_{\overline{x}} = \dfrac{\delta_x}{\sqrt{N}}$