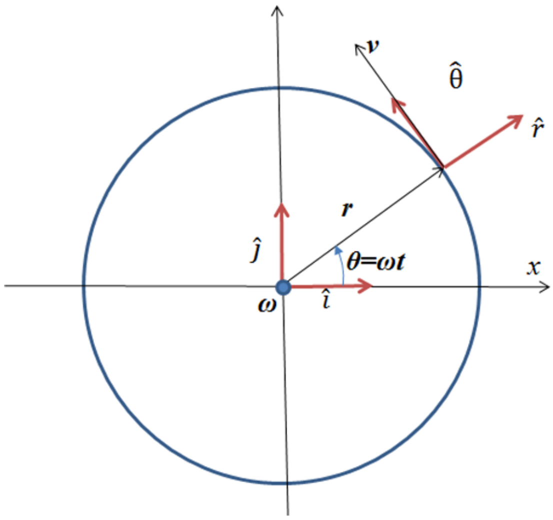
Institutt for fysikk 2013

TFY4145/FY1001 Mekanisk fysikk
Øving 2

Veiledning: Tirsdag 10. sep. og onsdag 11. sep., se nettsider.
Innlevering: Torsdag 12. sep. kl. 14:00.

Oppgave 1: Sirkelbevegelse.



En partikkel utfører uniform sirkelbevegelse med konstant vinkelhastighet $\omega = v/r$. (Som vektor: $\vec{\omega} = \omega\,\hat{k}$, dvs. ut av planet, angitt med $\bullet$, som en pil sett forfra.) Ved å betrakte figuren har vi da

$$\begin{aligned} \hat{r}\,(t) &= \hat{i}\,\cos\omega t + \hat{j}\,\sin\omega t, \\ \hat{\theta}\,(t) &= -\,\hat{i}\,\sin\omega t + \hat{j}\,\cos\omega t. \end{aligned}$$

Merk at mens enhetsvektorene $\hat{i}$, $\hat{j}$, $\hat{k}$ er konstanter er enhetsvektorene $\hat{r}$ og $\hat{\theta}$ ikke konstanter.

a) Her har vi allerede antatt at $\theta(t) = \omega t$, dvs. $\theta = 0$ for $t = 0$. Hvordan blir uttrykkene for $\hat{r}\,(t)$ og $\hat{\theta}\,(t)$ hvis vi velger $\theta(0) = \pi/2$?

b) Vis at de tidsderiverte av disse enhetsvektorene blir

$$\dot{\hat{r}} = \omega\,\hat{\theta} \quad ; \quad \dot{\hat{\theta}} = -\omega\,\hat{r}\,.$$

(Tips: Start med uttrykkene for $\hat{r}$ og $\hat{\theta}$ ovenfor.)

c) Vis deretter at

$$\vec{v} = r\omega\,\hat{\theta} \quad ; \quad \vec{a} = -r\omega^2\,\hat{r}\,.$$

(Tips: Husk at $\vec{r} = r\,\hat{r}$.)

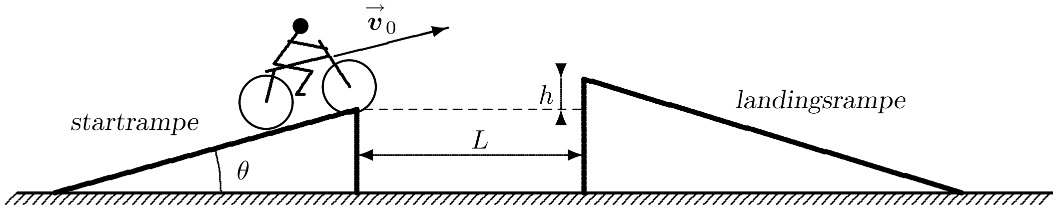
d) Vi har sammenhengen $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$. Bruk dette til å vise at akselerasjonen kan uttrykkes som

$$\vec{a} = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

når $\vec{\omega}$ er konstant. (Her skal kryssproduktet inne i parentesen utføres først. Hva ville ellers skje?)

e) Vis at $\vec{v}$ og $\vec{a}$ i spm *d* er identiske med $\vec{v}$ og $\vec{a}$ i spm *c*. (Tips: Sett inn $\vec{\omega} = \omega\,\hat{k}$ og $\vec{r} = r\,\hat{r}$ og regn ut kryssproduktene.)

Oppgave 2: Sykkelhopp.



En trial-kjører med hastighet v_0 på ei startrampe ønsker å foreta et hopp opp til ei landingsrampe i avstand L fra startrampa. Landingsrampa ligger på sitt høyeste h over startrampa (se figur). Startrampa har helningsvinkel θ. Betrakt motorsyklisten som en punktpartikkel og se bort fra luftmotstand.

a) Velg origo øverst på startrampa og vis at syklistens bane derfra blir

$$z(x) = x \tan\theta - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2\theta}.$$

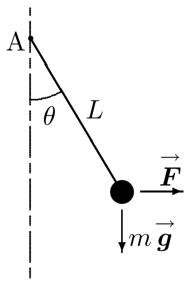
Bruk programmet sykkelhopp.m til å plotte banen for ulike hastigheter v_0, for et gitt "rampeoppsett" (dvs. gitte verdier for L, h og θ).

b) For gitt L, h og θ, finn et uttrykk for den minste starthastigheten $v_0^{\min}$ som er nødvendig for et vellykket hopp. Sjekk at ditt uttrykk for $v_0^{\min}$ er konsistent med banene som du plottet i punkt *a*.

c) Vis at uansett hvor stor farten er, så må høydeforskjellen ikke overskride $h_{\max} = L\tan\theta$.

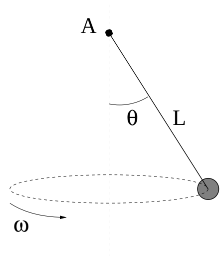
d) Hvor stor er motorsyklistens akselerasjon når hun er på sitt høyeste punkt?

Oppgave 3: Pendel.



Ei kule (punktmasse) med masse $m = 0,100\,\mathrm{kg}$ er festa til ei vektløs stang med lengde $L = 0,50\,\mathrm{m}$. Stanga er festa i et punkt A som den kan bevege seg fritt om.

a) Kula trekkes ut til siden (i papirplanet) med ei horisontal kraft $\vec{F}$. Hvor stor må F være for å holde kula i ro ved vinkelen $\theta = 30\,°$?



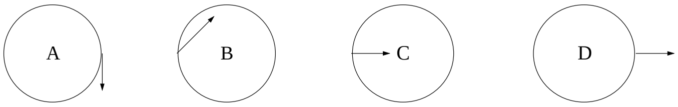
b) I stedet for å trekke med ei kraft $\vec{F}$ lar vi systemet rotere om en vertikal akse gjennom opphengningspunktet A, med vinkelhastighet $\omega = \frac{2\pi}{T}$ der perioden $T = 1,00\,\mathrm{s}$. Hvor stor vinkel θ danner stanga med vertikalaksen? Er denne løsningen riktig for alle verdier av ω?

TIPS: Kula har banefart $v = \omega r$ $(r = L\sin\theta)$ og sentripetalakselerasjon $a_\mathrm{c} = v^2/r$.

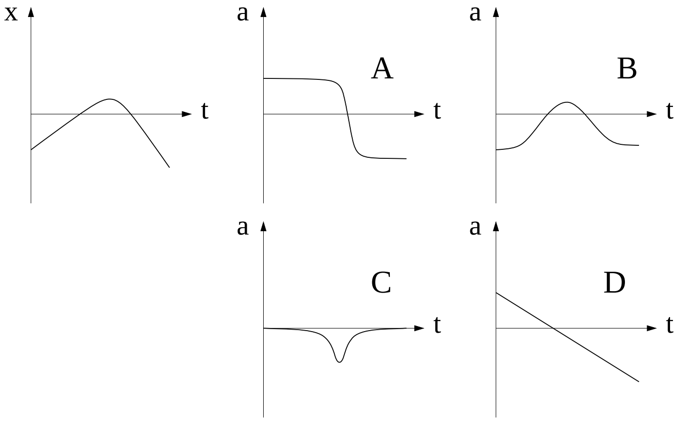
c) Til slutt tenker vi oss at pendelen henger (uten å rotere!) i et fly som akselererer bortover rullebanen. Hva er akselerasjonen dersom $\theta = 30°$? (Utfør eksperimentet neste gang du er ute og flyr!)

Oppgave 4: Flervalgsoppgaver.

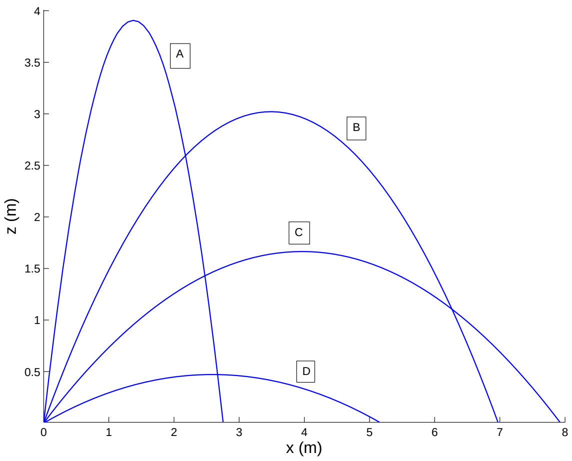
Eksamen vil inneholde noen flervalgsoppgaver. Til hvert spørsmål oppgir jeg da fem alternative svar, hvorav ett er riktig og fire er gale. Du velger ett av svarene og får fem poeng hvis det er riktig, null poeng hvis det er galt og ett poeng hvis det er ubesvart. Enkelt og greit. De følgende eksempler har kun fire alternativer.



a) En partikkel beveger seg i en sirkulær bane, med jevnt økende hastighet. Hvilken figur viser korrekt akselerasjon?



b) Et legeme beveger seg langs en rett linje (x) som vist i figuren til venstre. Hvilken figur viser best legemets akselerasjon a?



c) Figuren viser banen for fire prosjektiler som skytes ut under ulike vinkler, men med samme absoluttverdi av hastigheten. Hvilket prosjektil var lengst i lufta?

Oppgave 5: Ukas LaTeX-trening.

- Produser de to ligningene til høyre for figuren i oppgave 1 samt ligningen i oppgave 2 i LaTeX.
- Produser følgende tekst i LaTeX:
  For derivasjon med hensyn på tiden t brukes gjerne notasjonen
  $$\dot{x} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \quad \text{og} \quad \ddot{x} = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$$
  som standard.

Utvalgte fasitsvar: 2b: $v_0^{\min} = 69$ km/h; 3a: 0,57 N; 3b: 60°; 3c: $5,7\,\mathrm{m/s^2}$.