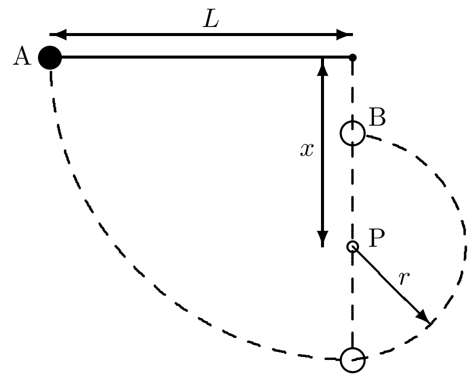
TFY4145/FY1001 Mekanisk fysikk
Øving 5

Veiledning: Tirsdag 1. okt. og onsdag 2. okt., se nettsider.
Innlevering: Torsdag 3. okt. kl. 14:00.

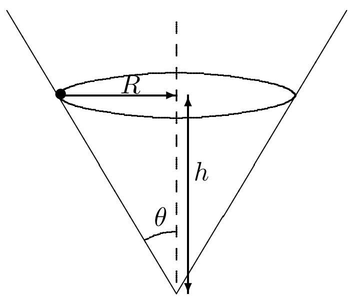
Oppgave 1.

En pendel består av ei kule med masse m i ei snor med lengde L, som vist i figuren. Pendelen trekkes ut til snora er vannrett i posisjon A, og slippes. Snora treffer en pinne P i avstand x rett under pendelens opphengningspunkt. Snora svinger så rundt denne pinnen med kortere pendellengde $r = L - x$.



a. Anta at x er tilstrekkelig stor til at kula kommer til posisjon B rett over pinnen, og vis at hastigheten der er $v = \sqrt{2g(2x - L)}$. (Tips: Energibevarelse.)

b. Hvor stor må x minst være for at kula skal nå posisjon B med stram snor?

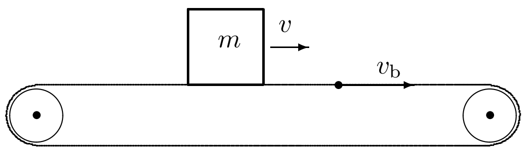


Oppgave 2.

Ei lita kule kan skli i en horisontal sirkelformet bane på innsida av en kjegleformet flate som ligger med spissen ned. Kjeglens toppvinkel er $2\theta = 40°$. Vi antar at det ikke er friksjon. Kula sklir rundt i den horisontale sirkelen med en frekvens på $2,0$ Hz. I hvilken høyde h over kjeglens toppunkt beveger kula seg?

Oppgave 3.

En kartong med masse m slippes loddrett ned på et transportband som beveger seg med konstant hastighet v_{b}, se figur. Kartongen får etterhvert samme hastighet som bandet. Den kinetiske friksjonskoeffisienten er μ_{k}.



a. Hvor stort arbeid W utfører friksjonskrafta inntil kassa får samme hastighet som bandet?

b. Hvor langt x_k transporteres kartongen (i forhold til golvet) før den får samme hastighet som bandet?

c. Hvor lang tid τ tar det for kartongen å oppnå samme hastighet som transportbandet? (Dvs: $v(t \geq \tau) = v_{\mathrm{b}}$.)

d. Hvor langt x_b har bandet beveget seg på denne tida?

e. Hvor mye energi E må transportbandet tilføres? (Se bort fra friksjon i bandets drivhjul).

(flere oppgaver neste side)

Oppgave 4.

En partikkel beveger seg under påvirkning av ei konservativ kraft som kan avledes av en potensiell energi (evt: "potensialfunksjon"[1])

$$U(x) = U_0 \left(6x^2 - x^3\right).$$

Her er U_0 en positiv konstant med dimensjon energi, mens x er en dimensjonsløs posisjon, $x = l/l_0$, dvs. den "virkelige" posisjonen l målt i enheter av en referanselengde l_0.

a. Skisser den dimensjonsløse funksjonen $U(x)/U_0$. (Gjerne for hånd først og deretter med MATLAB.)

b. Bestem retningen på krafta for ulike områder av x, både matematisk og med referanse til skissa.

c. Diskuter partikkelens bevegelse for ulike verdier av totalenergien $E_{\text{tot}} = U + E_{\text{k}}$, der E_{k} er kinetisk energi.

d. Finn eventuelle likevektsposisjoner, både stabile og ustabile.

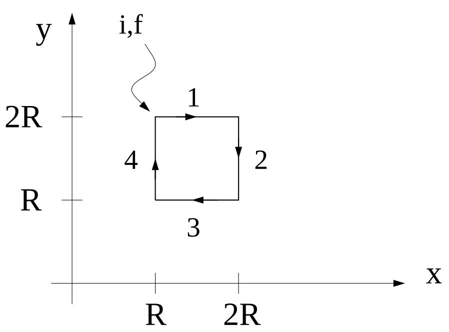
Oppgave 5.

En partikkel beveger seg i det todimensjonale potensialet

$$U(x, y) = U_0 \frac{x^2 y^2}{R^4}.$$

Her er U_0 og R positive konstanter, hhv. en "karakteristisk energi" og en "karakteristisk lengde" for det aktuelle systemet.

a. Bestem komponentene F_x og F_y av den tilhørende konservative krafta $\vec{F}$.



b. Vis at veiintegralet av $\vec{F}$ rundt den lukkede kvadratiske kurven (dvs. fra i til $f = i$) i figuren er lik null, som det må være for ei konservativ kraft.

TIPS: Bestem integralet langs hver av de fire rette linjene 1, 2, 3 og 4 hver for seg og legg sammen. Eksempelvis har vi langs linje 1 at $\mathrm{d}\vec{r} = \hat{\imath}\ \mathrm{d}x$ og $y = 2R$ (konstant), mens x endrer seg fra R til $2R$. På tilsvarende vis er langs linje 2 $\mathrm{d}\vec{r} = \hat{\jmath}\ \mathrm{d}y$ der y endrer seg fra $2R$ til R og $x = 2R$. Og så videre!

EKSTRAOPPGAVE:
Bruk det oppgitte MATLAB-programmet `kraftfelt.m` til å plotte $U(x, y)$, samt å visualisere $\vec{F}(x, y)$.

Utvalgte fasitsvar:
1b: $\frac{3}{5}L$; 2: 0,47 m ; 3b: $x_{\text{k}} = \frac{v_{\text{b}}^2}{2\mu_{\text{k}} g}$, 3c: $t = \frac{v_{\text{b}}}{\mu_{\text{k}} g}$, 3d: $x_{\text{b}} = 2x_{\text{k}}$; 3e: mV^2; 4d: $x = 0$ og $x = 4$.

---

[1] Begrepene *potensiell energi* og *potensial* brukes ofte synonymt i fysikk. Strengt tatt er potensialet en spesifikk potensiell energi, i betydningen "potensiell energi pr enhet av et eller annet". Eksempler: Elektrisk potensial er potensiell energi per ladningsenhet. Gravitasjonspotensial er potensiell energi per masseenhet.