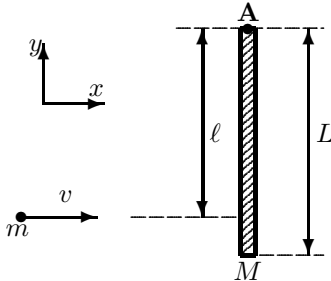


Øving 10

Veiledning: Tirsdag 5 nov. og onsdag 6. nov., se nettsider.

Innlevering: Torsdag 7. nov. kl. 14:00.

Oppgave 1. Kollisjon mellom stav og kule.

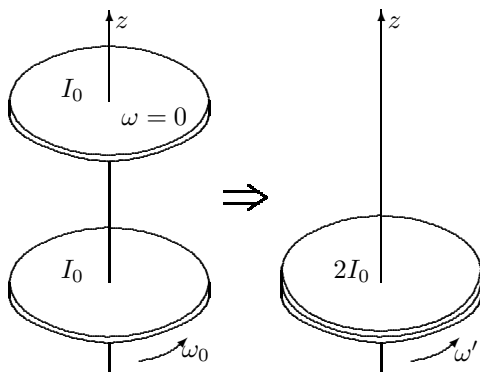


En tynn stav med masse M og lengde L kan rotere friksjonsfritt om en fast horisontal akse A (som står normalt på staven/papirplanet). Staven henger i ro vertikalt. Ei kule med masse m skytes med hastigheten v mot staven og treffer og kolliderer fullstendig uelastisk med staven i avstand l fra A. Kula og staven ligger i xy -planet som vist i figuren. Vi kan se bort fra luftmotstand.

a. Beregn treghetsmomentet til staven+kule etter kollisjonen, mhp. aksen gjennom A. Anta treghetsmomentet for en tynn stav om en akse gjennom massefellespunktet som kjent og bruk Steiners sats.

- b.** Hva er bevegelsesmengden \vec{p} til systemet før kula treffer staven?
- c.** Hva er spinnet (dreieimpulsen) \vec{L} om A til systemet før kula treffer staven?
- d.** Forklar hvorfor spinnet er bevart under kollisjonen og beregn herfra systemets vinkelhastighet $\vec{\omega}$ etter kollisjonen.
- e.** Hva er systemets bevegelsesmengde \vec{p}' umiddelbart etter kollisjonen? I svaret skal inngå $\vec{\omega}$. Sett så inn uttrykk for $\vec{\omega}$ funnet ovenfor.
- f.** For hvilke verdier av l er $p < p'$ og for hvilke verdier av l er $p > p'$? Hvordan kan du forklare at bevegelsesmengden ikke er bevart i denne kollisjonen?
- g. Ekstraoppgave.** Finn et uttrykk for $\Delta E'_K/E_K$, dvs. forholdet mellom systemets kinetiske energi etter og før kollisjonen. Hva er forholdet for grensetilfellene $m \gg M$ og $m \ll M$? Er dine svar rimelige?

Oppgave 2. Kløtsj.



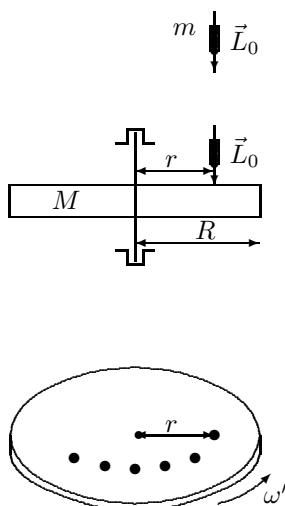
Figuren illustrerer prinsippet for kløtsjen på en bil. Den ene skiva er da koblet videre til motoren (her: den nederste skiva) og den andre - via girkassa - til drivhjulene (her: den øverste skiva). Situasjonen i figuren, med øverste skive i ro og nederste skive med vinkelhastighet ω_0 , representerer forholdene når vi starter opp bilen. Kløtsjpedalen slippes ut og resulterer i at de to skivene føres sammen i et fullstendig uelastisk "støt", slik at de får en felles vinkelhastighet ω' .

Her ser vi bort fra både motor og drivhjul og betrakter kun de to skivene før og etter sammenstøtet.

- a.** Hva blir den felles vinkelhastigheten ω' til de to skivene?
- b.** Hva blir endringen i kinetisk energi?

Oppgave 3. Egenspinn til prosjektil.

Figuren viser ei sirkulær horisontaltstilt skive som kan dreie praktisk talt friksjonsfritt om en vertikal akse gjennom skivas sentrum. Skiva har uniform massetetthet, total masse M og radius R . Den skal benyttes til å måle spinn L_0 og vinkelhastighet ω_0 til .44 Winchester prosjektiler.

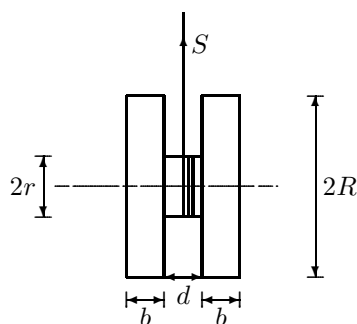


a. Anta at prosjektilene er kompakte sylindrer med uniform massetetthet, masse $m = 13,0$ g og diameter 10,0 mm. Regn ut treghetsmomentet I_0 (mhp. sylinderaksen).

b. Det avfyres N skudd vertikalt ovenfra slik at hvert prosjektil treffer skiva i avstand r fra sentrum, og der blir de sittende fast. Finn et uttrykk for treghetsmomentet I til skiva med N absorberte prosjektil (mhp. aksen gjennom skivas sentrum). Du kan anta at r er mye større enn prosjektilenes diameter.

c. Etter $N = 10$ skudd roterer skiva med omløpstid $T = 43,6$ s. Finn et uttrykk for prosjektilenes (gjennomsnittlige) spinn L_0 og tilhørende vinkelhastighet ω_0 . Bruk tallverdiene $M = 1,000$ kg, $R = 0,600$ m og $r = 0,500$ m, og regn ut de ti avfyrte prosjektilenes gjennomsnittlige RPM ("revolutions per minute").

Oppgave 4. Spinnsetningen for en jojo.



Figuren viser en jojo som er satt sammen av tre kompakte skiver, to med radius R og tykkelse b og en ("akslingen") med radius $r < R$ og tykkelse a . Jojoen har uniform massetetthet og total masse M .

Jojoens treghetsmoment om symmetriaksen er $I_0 = cMR^2$. Du kan foreløpig anta at $c = 1/2$ som gjelder når $r \ll R$.

Ei tynn snor er vikla rundt akslingen som vist i figuren. Jojoen slippes fra en høyde h med null starthastighet og faller mens snora vikles av.

a. Finn uttrykk for akselerasjonen til jojoens massesenter, a , og strekket i snora, S .

b. Hvor lang tid tar det jojoen å nå gulvet dersom $M = 50$ g, $h = 1,00$ m, $R = 25$ mm, og $r = b = d = 5,0$ mm?

c. Ekstraoppgave.

Vis at jojoens treghetsmoment om symmetriaksen er $I_0 = cMR^2$, med

$$c = \frac{1}{2} \frac{2\alpha + \beta^4}{2\alpha + \beta^2}.$$

Her er $\alpha = b/d$ "tykkelsesforholdet" og $\beta = r/R$ "radiusforholdet". Er uttrykket for c rimelig i de tre spesialtilfellene $\beta = 1$, $d = 0$ og $b = 0$? Integrasjon ikke nødvendig, bruk kjent formel for treghetsmoment om symmetriaksen for massiv skive(sylinder). Beregn også verdier av c ved størrelsene oppgitt i **b**.

Utvalgte fasitsvar og tips:

1a: $\frac{1}{3}ML^2 + m\ell^2$ 1c: $mvl\hat{k}$ 1d: $\frac{v}{\ell} \frac{1}{ML^2/(3m\ell^2)+1} \hat{k}$ el.l.;

1e: TIPS: $v = r\omega$, slik at f.eks. stavens massesenter har $v = (L/2)\omega$. Svar: $\frac{mv+MvL/2\ell}{ML^2/(3m\ell^2)+1} \hat{i}$

1f: Grense ved $l = 2L/3$. 1g: TIPS: $E'_K = \frac{1}{2}I\omega^2$, Svar: $\frac{3m\ell^2}{ML^2+3m\ell^2}$.

2a: $\omega' = \frac{\omega_0}{2}$; 3b: $I = \frac{1}{2}MR^2 + Nm r^2$; 3c: 180 000 RPM.

4a: $a = g \cdot \frac{2}{2+R^2/r^2} = 0,727 \text{ m/s}^2$, 1,67 s $S = Mg \frac{1}{1+2r^2/R^2}$.