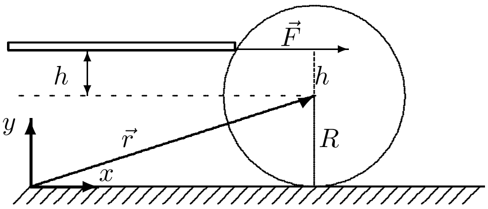
Institutt for fysikk 2013

TFY4145/FY1001 Mekanisk fysikk
Øving 12

Veiledning: Tirsdag 19. nov. og onsdag 20. nov., se nettsider.
Innlevering: Torsdag 21. nov. kl. 14:00.

Oppgave 1. Glimt fra en biljardkules fascinerende verden.

Biljard (snooker) er en sport som demonstrerer mange av mekanikkens lover for rulling, sluring, kollisjon, skru og friksjon. Her skal vi ta for oss en "enkel" problemstilling som likevel er en god illustrasjon av sluring og rulling for ei biljardkule. Oppgaven bør være lærerik for fysikkstudenter så vel som biljardspillere.



Situasjonen vi skal se på er som følger: Biljardkula med masse M og radius R får et kraftig, men kortvarig støt av en horisontal kø. Vi legger et koordinatsystem xyz med origo på bordflata og xy-flata lik vertikalplanet gjennom kulas massesenter.

Køen er retta i x-retning og treffer kula (som ligger i ro) midt på kula, dvs. i xy-planet med en kraft F i x-retning. Treffpunktet er i høyden h over massesenteret (eller under, hvis $h < 0$), se figuren.

Støtet er så kraftig og er over på så kort tid Δt at vi under selve støtet kan neglisjere innvirkningen av friksjonskrafta fra biljardbordet. *Etter* støtet derimot, vil friksjonskrafta F_f spille en viktig rolle for kulas fortsatte bevegelse.

Kraftstøtet vil gi kula initiell translasjon V_0 og rotasjon ω_0, avhengig av styrken og hvor køen treffer. For å finne krafta F's virkning er det her mest praktisk å bruke Newton 2 i form av impulsloven:

$$\begin{aligned} \text{Translasjon:}\quad F\Delta t &= \Delta p = m\Delta v \\ \text{Rotasjon:}\quad \tau\Delta t &= \Delta L = I\Delta\omega\,, \end{aligned}$$

hvor τ er F's kraftmoment om kulas massesenter og L er kulas spinn om kulas massesenter.

a. Vis at sammenhengen mellom V_0 og ω_0 er

$$V_0 = \frac{2R^2}{5h}\cdot\omega_0 .$$

Hva er betingelsen for at vi allerede fra første øyeblikk får rein rulling?

b. For de fleste verdier av støtparameteren h vil biljardkula i begynnelsen gli på bordet samtidig som den roterer. Hvilken retning vil friksjonskrafta F_f, fra bordet på kula, ha i denne fasen, avhengig av h's verdi?

c. Etter at støtet er overstått, vil kulas totale spinn (dreieimpuls) $\vec{L} = M\,\vec{r}\times\vec{V} + I_0\vec{\omega}$ være bevart, *dersom* vi velger referansepunktet i et punkt på bordets overflate og i skjæringslinja mellom overflata og vertikalplanet gjennom kulas massesenter (dvs. langs x-aksen i figuren). Enkleste valg er i origo, se figuren. Hvorfor får vi spinnbevarelse med dette valget? Vi antar at bare z-komponenten til $\vec{L}$ er aktuell her, ingen rotasjon om annen akse.

d. Pga. friksjonen mellom bord og kule vil kulas bevegelse etter en viss tid gå over til rein rulling. Bruk konservering av L_z til å finne massesenterhastigheten V_r etter at rein rulling har inntrådt. Skisser kurva $V_\mathrm{r}(h)$ for $-R < h < R$. (Hvis betingelsen for rein rulling er oppfylt fra første øyeblikk, skrumper denne "viss tid" inn til null, og $V_\mathrm{r} = V_0$; ha dette som en kontroll av svaret.)

EKSTRAOPPGAVER for spesielt interesserte:

e. Vis at tida det tar fra slaget til biljardkula ruller, t_r, er gitt som

$$t_\mathrm{r} = \frac{2V_0}{7\mu_\mathrm{k}g}\left|1-\frac{5h}{2R}\right|$$

der μ_k er den kinetiske friksjonskoeffisienten mellom bord og kule.
TIPS: Bruk svaret i **b.** og en konstant-akselerasjonslikning.

f. Finn uttrykk for energitapet ΔE i tida t_r, dvs. fra støtet til rein rulling oppnås.

g. Finn forskjøvet strekning ℓ langs underlaget i tida t_r, dvs. fra støtet til rein rulling oppnås.

Oppgave 2. Gravitasjon 1.

En satelitt med masse $m = 5000$ kg går i en sirkulær bane i en høyde 8000 km over jordoverflata. Den blir utsatt for atmosfærisk friksjon slik at banehøyden over tid reduseres til 650,0 km. Anta at banen til enhver tid er sirkulær. Finn for denne baneendringen forandringen i

a. satelittens hastighet,

b. satelittens kinetiske energi,

c. satelittens potensielle energi,

d. satelittens totale mekaniske energi.

OPPGITT: Jordas masse $M_\mathrm{j} = 5,974 \cdot 10^{24}$ kg. Jordas radius $R_\mathrm{j} = 6378$ km.

Oppgave 3. Gravitasjon 2.

En satelitt som alltid holder seg på samme plass over et fast sted på jorda kalles geostasjonær. Satelittens omløp må da følge jordas omløp. Geostasjonære satelitter brukes bl.a. til radio- og TV-kommunikasjon ("paraboler").

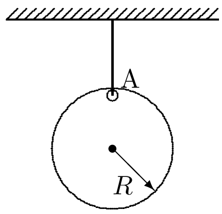
a. Hvilken høyde over jordoverflata må en geostasjonær satelitt befinne seg?

b. Hva er den største breddegrad på jorda hvorfra man kan ha fri sikt til satelitten?
Husk en geostasjonær satelitt må ligge rett over ekvator. Anta horisonten er flat (ingen fjell).

c. Hvilken vinkel over horisonten må en parabol i Trondheim peke for å treffe satelitten?

OPPGITT: Jordas masse $M_\mathrm{j} = 5,9742 \cdot 10^{24}$ kg. Jordas radius ved ekvator $R_\mathrm{j} = 6378,1$ km. Newtons gravitasjonskonstant $G = 6,6742 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2/kg^2}$. Trondheims breddegrad 63°26' nord (' = minutter = 1/60 grad).

Oppgave 4. Svingende skive.



Ei flat, jamntykk, sirkulær skive med masse $M = 2,5$ kg og radius $R = 10,2$ cm kan svinge om en akse normalt på skiva gjennom punktet A på periferien. Når skiva settes i små svingninger, måles svingetida (perioden) til å være $T = 0,784$ s.

a. Finn et uttrykk for skivas treghetsmomentet I om opphengingspunktet, gitt ved skivas radius R og masse M.

b. Beregn fra oppgitte måledata en verdi for tyngdeakselerasjonen g på stedet.

c. Hvor lang er en matematisk pendel med samme svingetid som denne skiva?

TIPS: Anta kjent: Steiners sats. Formler for perioden til en fysisk og en matematisk pendel.

Oppgave 5. Noen flervalgsoppgaver

Kun ett av svarene (A, B, C, D, E) er rett. Rett svar gir 5 p, galt svar gir 0 p og ubesvart (blank) gir 1 p.

a. Hvis potensiell energi ($U = E_\mathrm{p}$) varierer med avstand r fra origo som vist i Figur A, så er krafta gitt ved følgende kurve i Figur B

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

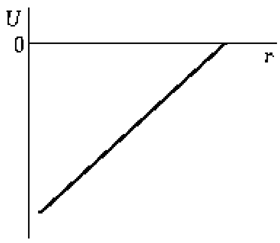


Figure A

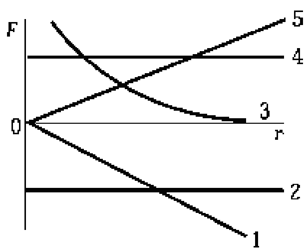


Figure B

b. To baller blir sluppet fra samme høyde 6,0 m. Ball A spretter opp til en høyde 4,0 m mens ball B spretter opp til 2,0 m. Hvilken ball mottar det største kraftstøtet (får størst endring i bevegelsesmengden) i løpet av kollisjonen mot golvet? Se bort fra luftmotstand.
A) ball A
B) ball B
C) De får begge samme kraftstøt
D) Umulig å vite uten å vite massen til ballene.
E) Umulig å vite uten å vite lengden på kollisjonen.

c. En **horisontal** kraft $\vec{F}$ blir brukt for å skyve en gjenstand med masse m oppover et skråplan. Vinkelen mellom skråplanet og horisontalplanet er θ. Normalkrafta som virker fra skråplanet på massen m har størrelse:
A) $mg\cos\theta + F\cos\theta$
B) $mg\cos\theta$
C) $mg\cos\theta + F\sin\theta$
D) $mg\cos\theta - F\cos\theta$
E) Umulig å bestemme uten å vite friksjonskoeffisient og/eller akselerasjon.

Utvalgte fasitsvar:
1b: $h/R = +2/5$; 1d: $\frac{5}{7}\left(1+\frac{h}{R}\right) V_0$.; 1e: $-\frac{1}{2}MV_0^2 \cdot \frac{2}{7}\left(1-\frac{5}{2}\frac{h}{R}\right)^2$.
2a: 2266 m/s; 2c: $-14,50 \cdot 10^{10}$ J. 3a: 35868 km; 3b: $81°19'$; 3c: $18°20'$. 4b: $9,83$ m/s^2; 4c: $0,153$ m.