Kap. 24
Kapasitans og dielektrika

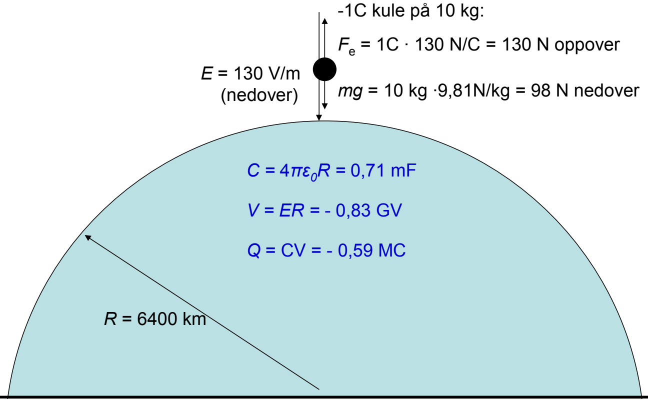
- Grunnleggende forståelse for
  - HVA en kondensator er,
  - HVORFOR den virker som den gjør,
  - hvilke BEGRENSINGER den har og
  - hvorfor et DIELEKTRIKUM er påkrevd i en kondensator.
- Kapasitans
- Energi i kondensatorer og ladningssamlinger generelt
- Beskrive et dielektrikum:
  - polarisering ***P***,
  - elektrisk flukstetthet ***D,***
  - relativ permittivitet ε_r
  - Gauss' lov for dielektrika

Små kondensatorer

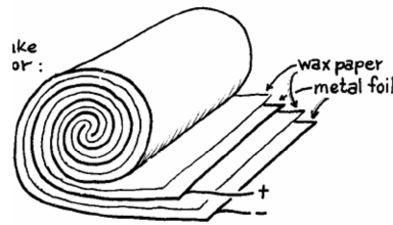
og store kon-den-sa-torer..

Fra Wikipedia: http://en.wikipedia.org/wiki/Capacitor

Jordkloden: Ladning og felt



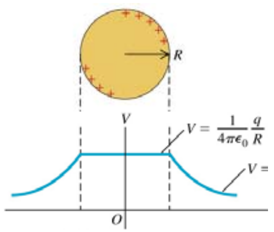
Parallellplatekondensator: $C = \varepsilon_0\, A/d$



Hvor stort areal for 1F – kondensator hvis d = 1 mm ?

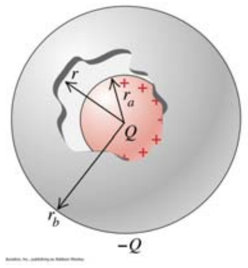
$$A = C\ d/\varepsilon_0 = 1\text{ F} \cdot 1\text{ mm} / 9 \cdot 10^{-12}\text{ F/m} = 110\text{ km}^2 \quad !!$$

Eks. 1: Enkeltkule (ladning q)



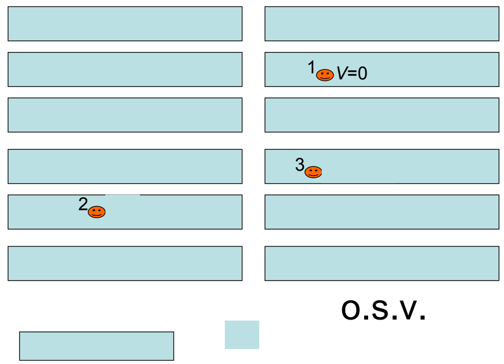
$C = 4\pi\varepsilon_0 R$

Eks. 3: Kulekondensator
= to kuleskall med ladning $+Q$ og $-Q$
=Ex. 24.3



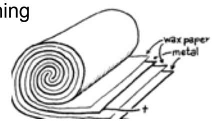
$C = 4\pi\varepsilon_0\, r_b r_a / (r_b - r_a)$
$\rightarrow 4\pi\varepsilon_0\, r_b r_a / r_b$
$= 4\pi\varepsilon_0\, r_a$ når $r_b \rightarrow \infty$

Aud R2: Hvor mye energi for å plassere inn 1C ladninger?



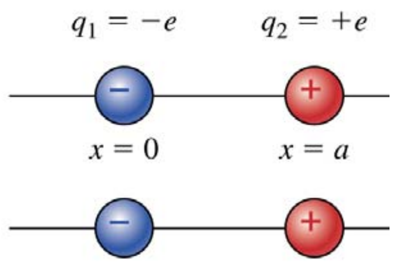
Kap. 24 Kapasitans og dielektrika

- **Gjennomgått sist:**
- Kondensatorer = to ledere som kan ta opp ladning
- Kapasitans: $C = Q/V$ (farad)
- Parallellplatekondensator: $C = \varepsilon_0 A/d$
- Kulekondensator: $C = 4\pi\varepsilon_0\, r_b r_a / (r_b - r_a)$
  $\rightarrow 4\pi\varepsilon_0\, r_a$ når $r_b \rightarrow \infty$



- **I dag:**
- Seriekopling og parallellkopling.
- Uttrykk for energi i kondensatorer
- Dielektriske materialer: Elektrisk polarisering ***P***
- Elektrisk flukstetthetsvektor: ***D***
- Gauss' lov for dielektrika.

Kap 23. Eks. 2. Presiseringer



q_1 først, så q_2:
$U = U_1 + U_2$
$= 0 + q_2 kq_1/a$

q_2 først, så q_1:
$U = U_1 + U_2$
$= q_1 kq_2/a + 0$

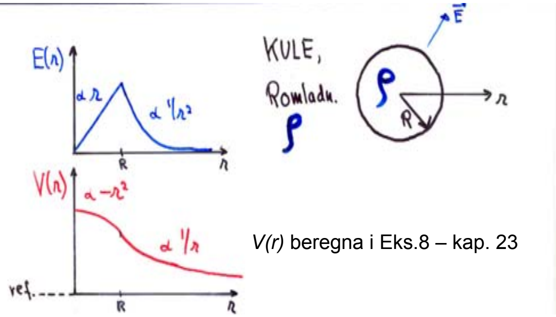
Ferdig oppbygd:	ved potensial	energi
q_1	$V_1 = kq_2/a$	$q_1 V_1 = q_1 kq_2/a$
q_2	$V_2 = kq_1/a$	$q_2 V_2 = q_2 kq_1/a$

Sum: $2\, q_2 kq_1/a = 2U$

Konklusjon:
Energi beregnet fra ferdig oppbygd ladning: $U = ½\, \Sigma V_i q_i$

Øving 5, oppgave 2 a)

Eks.5: Energi for homogent ladd kule



V(r) beregna i Eks.8 – kap. 23

$U = ½ \int\int\int V(r)\,\mathrm{d}q$ (24.9C)

OBS: $\mathrm{d}q = 0$ utenfor kula

$= 3/5 \cdot kQ^2/R$

Infinitesimale volumelement

Kartesiske koord.: $(\mathrm{d}V =)$ $\mathrm{d}\tau = \mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$

Kulekoordinater: $\mathrm{d}\tau = \mathrm{d}r \cdot r\mathrm{d}\theta \cdot r\sin\theta\,\mathrm{d}\varphi = \sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi\, r^2\,\mathrm{d}r$

Integrert over θ og φ: $\mathrm{d}\tau = \int_0^\pi \sin\theta\,\mathrm{d}\theta \cdot \int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi \cdot r^2\,\mathrm{d}r = 2\cdot 2\pi \cdot r^2\,\mathrm{d}r$

Når kulesymmetri bruk alltid dette uttrykket

$\boxed{\mathrm{d}\tau = 4\pi r^2\,\mathrm{d}r = \text{kuleareal} \cdot \text{tykkelse}}$

Tilsvarende ved sylindersymmetri og sylinderkoordinater:

$\boxed{\mathrm{d}\tau = 2\pi r\,\mathrm{d}r\, l = \text{omkrets} \cdot \text{tykkelse} \cdot \text{høyde}}$

Elektrisk energi

1. Uttrykt med ladning og potensial:

   $U = ½ \int V\,\mathrm{d}q$ $(= ½\, V Q = ½\, C V^2)$ (24.9)

2. Uttrykt med elektrisk felt:

   $U = ½\, \varepsilon_0 \int E^2\,\mathrm{d}\tau$ (24.9C)

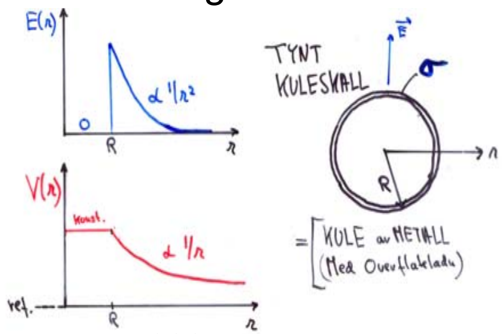
Hvor er energien lagra:

I ***ladningene*** eller i det ***elektriske feltet***?

På platene eller ***mellom*** platene?

To uttrykk for SAMME energi!

Eks.6: Energi for ladd lederkule



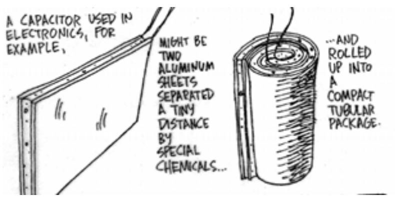
$U = ½ \int\int\int V(r)\,\mathrm{d}q$ (24.9C)

OBS: $\mathrm{d}q \neq 0$ kun på overflata

$= 1/2 \cdot kQ^2/R = 5/6 \cdot U_{\text{hom.ladd kule}}$

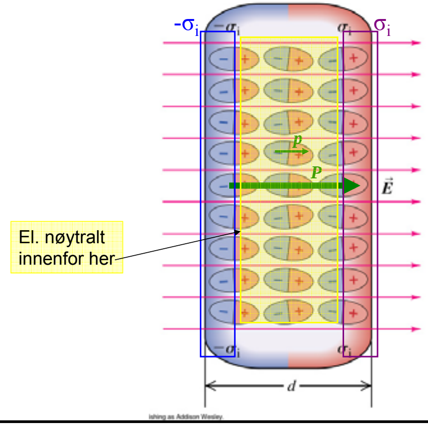
Dielektrika og elektrisk polarisering

Materialer:
- Vakuum
- Ledere
- Dielektrikum



- Mellom plater i kondensator brukes alltid et dielektrikum
- Kapasitansen øker da med en faktor ε_r .

Innretting (polarisering) gir flateladning σ_i (i = indusert ladning)



relativ permittivitet

Table 24.1 Values of ~~Dielectric Constant K~~ at 20°C

Material	~~K~~ ε_r	Material	~~K~~ ε_r
Vacuum	1	Polyvinyl chloride	3.18
Air (1 atm)	1.00059	Plexiglas	3.40
Air (100 atm)	1.0548	Glass	5–10
Teflon	2.1	Neoprene	6.70
Polyethylene	2.25	Germanium	16
Benzene	2.28	Glycerin	42.5
Mica	3–6	Water	80.4
Mylar	3.1	Strontium titanate	310

Relativ permittivitet

Table 24.2 ~~Dielectric Constant~~ and Dielectric Strength of Some Insulating Materials

Material	Constant, ~~K~~ ε_r	Dielectric strength E_m (V/m)
Polycarbonate	2.8	3×10^7
Polyester	3.3	6×10^7
Polypropylene	2.2	7×10^7
Polystyrene	2.6	2×10^7
Pyrex glass	4.7	1×10^7
Luft:		3×10^6

Gauss' lov:

- Gauss' lov for fri ladning Q: $\oint \vec{D}\cdot d\vec{A} = Q$ (12) Mest praktiske

  eller $\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon}$
- Gauss' lov for indusert ladning Q_i: $\oint \vec{P}\cdot d\vec{A} = -Q_i$ (11)
- Gauss' lov for totalladning Q_{tot}: $\oint \epsilon_0 \vec{E}\cdot d\vec{A} = Q_{tot}$ (10)
- I alle tidligere formler kan $\varepsilon_0 \boldsymbol{E}$ erstattes av $\varepsilon \boldsymbol{E}$, dvs. $\varepsilon_r \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$
- $\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$ $\quad Q_{tot} = Q + Q_i$

Spesielle dielektrika:

- Piezoelektriske materialer:
  Mekanisk strekk eller trykk → polarisasjon ***P***
  (eller motsatt:) ***E***-felt → ***P***-felt → deformasjon
  Bruk: Kvartskrystaller, mikrofoner, pickup
- Electrets og ferroelektriske materialer:
  Materialer med permanent polarisasjon ***P***
  (tilsvarer permanente magneter)
- Overslag ("breakdown"):
  Overslag i dielektrika ved viss angitt grense
  Kondensatorer har oppgitt max spenning!

Kap. 24: Oppsummering 1 Kondensatorer og kapasitans

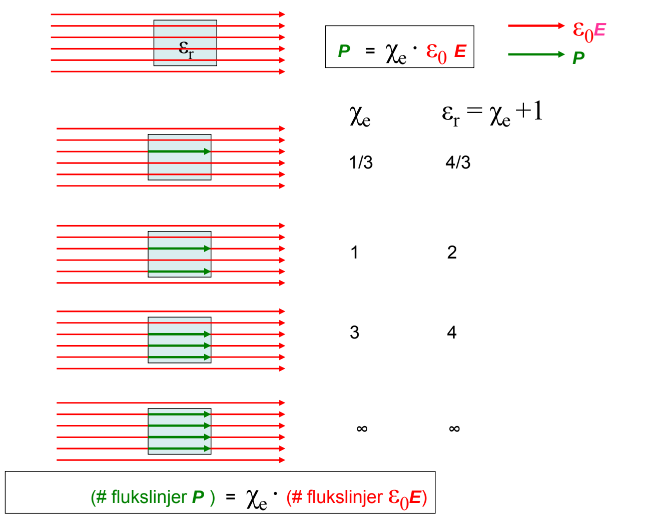
- Kondensatorer = to ledere som kan ta opp ladning
- Kapasitans: $C = Q/V$ (farad)
- Enkeltkulekondensator: $C = 4\pi\varepsilon_0 R$ (Eks. 1)
- Parallellplatekondensator: $C = \varepsilon_0 A/d$ (Eks. 2)
- Kule(skall)kondensator: $C = 4\pi\varepsilon_0\, r_a r_b / (r_b - r_a)$ (Eks. 3)
- Sylinderkondensator (koakskabel): $C' = 2\pi\varepsilon_0 / \ln r_b/r_a$ (Eks. 4)
- Parallellkopling: $C = C_1 + C_2$ Seriekopling: $1/C = 1/C_1 + 1/C_2$
- Energi ved ladning og potensial: $U = ½ \int V\,\mathrm{d}q$
- Energi ved elektrisk felt: $u = ½\, \varepsilon_0 E^2$ dvs. $U = ½\, \varepsilon_0 \int E^2\,\mathrm{d}\tau$
  - For kondensator gir dette: $U = ½\, V Q = ½\, CV^2 = ½\, Q^2/C$

Kap. 24: Oppsummering 2 Dielektrika og polarisering

- **Dielektriske materialer:**
- Elektrisk polarisering = dipoltetthet: $\boldsymbol{P} = \chi_e \cdot \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$
  - der χ_e er elektrisk susceptibilitet.
  - Relativ permittivitet $\varepsilon_r = \chi_e + 1$ (dielektrisitetskonstant)
- Elektrisk flukstetthetsvektor: $\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} = \varepsilon_r\, \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$ (forskyvningsvektor)
- Gauss' lov for fri ladning $Q = Q_{\mathrm{tot}} - Q_{\mathrm{i}}$:

$$\oint \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = Q \quad \text{eller} \quad \oint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon}$$

- Gauss' lov for indusert ladning Q_{i}: $\oint \vec{P}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = -Q_{\mathrm{i}}$
- Gauss' lov for totalladning Q_{tot}: $\oint \epsilon_0 \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = Q_{\mathrm{tot}}$
- I alle tidligere formler kan $\varepsilon_0 \boldsymbol{E}$ erstattes av $\varepsilon \boldsymbol{E}$, dvs. $\varepsilon_r \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$
- Mer utfyllende i Notat1: Dielektriske materialer.



$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{0}$ | $= \boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}$ | $= \boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{0}$

avtar øker

$\boldsymbol{D} = 1 \cdot \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$ | $= \boldsymbol{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$ | $= \boldsymbol{D} = 1 \cdot \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$

$\boldsymbol{P} = \chi_e \cdot \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$

der ***E*** er inni dielektriket, ikke ytre

Uttrykk kapasitans

$$C = (\text{konstant}) \cdot \varepsilon_r \varepsilon_0 \cdot \underbrace{(\text{geometrifaktor})}_{\text{enhet: meter}}$$

- Koaksialkondensator: $C = 2\pi \cdot \varepsilon_r \varepsilon_0 / \ln(r_a/r_b) \cdot l$
- Parallellplatekondensator: $C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \cdot A/d$
- Kulekondensator: $C = 4\pi \cdot \varepsilon_r \varepsilon_0 \cdot r_b r_a /(r_b - r_a)$
  $\rightarrow 4\pi \cdot \varepsilon_r \varepsilon_0 \cdot r_a$ når $r_b \rightarrow \infty$