

Kap 28: Magnetiske kilder

- **Elektrostatikk:**
Ladning q påvirkes av kraft qE (Coulombs lov)
→ Definisjon E -felt
 E -feltet skapes fra ladninger (Coulombs lov)
- **Magnetostatikk:**
Ladning q i **bevegelse** påvirkes av kraft $qv \times B$
→ Definisjon B -felt (Lorentzkrafta)
 B -feltet skapes fra ladninger i **bevegelse** (Biot-Savarts lov)
- **Hjelpelover:**
Elektrostatikk: Gauss' lov
Magnetostatikk: Amperes lov
- **Magnetiske materialer**
Ferromagnetisk materiale. Magnetisering. M -vektor og H -vektor.

Kap 28: Magnetiske kilder

28.1 B -felt fra **enkeltladninger** i bevegelse

28.2 B -felt fra **strøm** i ledning

Bevegelse av ladninger gir magnetfelt B

• Enkeltladning i bevegelse:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \quad \text{Enhetsvektor} \quad (28.2)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$$

• Strøm i leder: (Biot-Savarts lov)

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{s} \times \hat{r}}{r^2} \quad \text{Enhetsvektor}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{s} \times \vec{r}}{r^3} \quad (28.6)$$

1819-25: Vitenskapelig arbeid:
Hans Christian Ørsted, André Ampere,
Jean-Baptist Biot, Felix Savart,
Michael Faraday, Joseph Henry

Rottmann integraltabell (s. 137)

$$47) \int \frac{x}{X^{3/2}} dx = \frac{-1}{ac - b^2} \frac{bx + c}{\sqrt{X}} + C$$

$$48) \int \frac{dx}{X^{3/2}} = \frac{1}{ac - b^2} \frac{ax + b}{\sqrt{X}} + C$$

$$49) \int x(ax^2 + c)^{k+1/2} dx = \frac{1}{(2k+3)a} (ax^2 + c)^{k+3/2} + C, \quad k \neq -\frac{3}{2}$$

$$50) \int \frac{dx}{x\sqrt{ax^2 + c}} = \begin{cases} \frac{-1}{\sqrt{c}} \ln C_1 \frac{\sqrt{c} + \sqrt{ax^2 + c}}{x}, & \text{for } c > 0, \\ \frac{-1}{\sqrt{-c}} \arcsin \sqrt{\frac{-c}{a}} \frac{1}{|x|} + C_2, & \text{for } c < 0 \text{ og } |x| \geq \sqrt{\frac{-c}{a}} \end{cases}$$

$$*) X = ax^2 + 2bx + c$$

$$X = z^2 + \rho^2, \quad \text{dvs:}$$

$$\begin{aligned} x &= z \\ a &= 1 \\ b &= 0 \\ c &= \rho^2 \end{aligned}$$

Rett leder lengde $2a$:
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{2a}{\rho} \frac{1}{\sqrt{a^2 + \rho^2}} \hat{\phi} \quad (28.8)$$

Nærme rett leder ($a \gg \rho$):
$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{\rho}, \quad (28.9)$$

Felt rundt uendelig lang, rett leder:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{\rho}, \quad \frac{\mu_0}{2\pi} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}$$

Eksempler:

- 1) Under kraftledning:
 $I = 1 \text{ kA}, \rho = 10 \text{ m} \Rightarrow B = 20 \mu\text{T}$
- 2) Nær f. eks. hårføner:
 $I = 3 \text{ A}, \rho = 5 \text{ cm} \Rightarrow B = 12 \mu\text{T}$

Jordmagnetismen: $B = 0,5 \text{ G} = 50 \mu\text{T}$
 (statisk felt)

1) og 2) gjelder for enkeltledere:

For to ledere med motsatt strøm eller trefase blir B -feltet betydelig lavere.

Magnetfelt fra to parallelle ledere
 (Ex. 28.4 i Y&F)

For $r \gg d$:
 B-felt avtar med $1/r^2$,
 dvs. raskere enn for enkeltleder.

(Fig 28.7)

Copyright © 2004 Pearson Education, Inc. publishing as Addison Wesley.

Utenfor koaksialkabel er B -feltet null!

Mer seinere, bl.a. regneoppgave i øving.

B-felt rundt uendelig lang, rett leder:

$$B = \frac{1}{2\pi} \mu_0 \frac{I}{r}$$

Retning: asimutalt (ϕ -retning)
 r = avstand fra ledere

Sammenlikn med:

E-felt rundt uendelig lang, ladd rett leder:

$$E = \frac{1}{2\pi \epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$$

Retning: radielt (r -retning)
 r = avstand fra ledere

Kap 28: Magnetiske kilder (foreløpig oppsummering)

- Elektrostatikk:**

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\hat{r}}{r^2}$$
 (Coulombs lov)
- Magnetostatikk:**

Enkeltladning: $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$

Strøm i leder: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$ (Biot-Savarts lov)
- Hjelpelover:**

Elektrostatikk: Gauss' lov
 Magnetostatikk: Amperes lov

28.4 Kraft mellom to parallelle ledere

$$F = I_1 I_2 \mu_0 / (2\pi r)$$

Definisjon 1 A:
 $2 \cdot 10^{-7} \text{ N} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ A} \cdot \mu_0 / (2\pi \cdot 1 \text{ m})$

Copyright © 2008 Pearson Education, Inc., publishing as Pearson Addison-Wesley.

Figure 28.9

Definisjon av 1 ampere (grunnenhet i SI-systemet)

- En ampere er den konstante elektriske strømmen som frambringer en gjensidig lineær kraft på $2 \cdot 10^{-7}$ newton per meter leder når strømmen går gjennom hver av to rettlinjete, parallelle, uendelige lange ledere med sirkulært og neglisjerbart lite tverrsnitt, og lederne er anbrakt i én meters innbyrdes avstand i tomt rom.
- Det er sju SI-grunneheter:

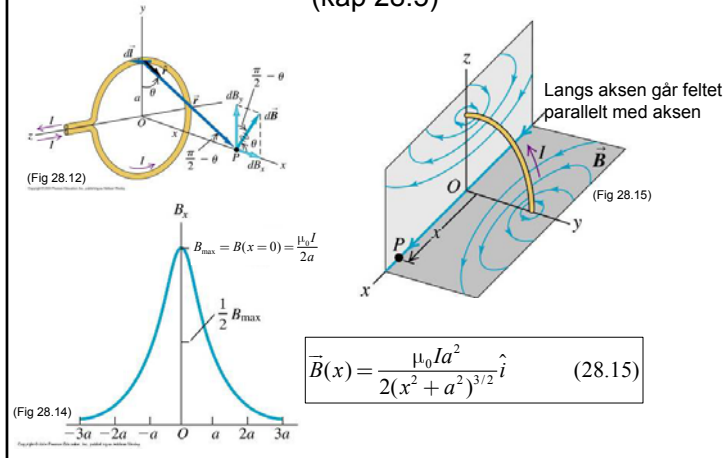
meter	-	lengde
kilogram	-	masse
sekund	-	tid
ampere	-	strømstyrke
kelvin	-	temperatur
mol	-	stoffmengde
candela	-	lysstyrke

Alle andre enheter er avledet fra disse, for eksempel

$N = \text{kg m s}^{-2}$
 $V = \text{J/C} = \text{kg m}^2 \text{s}^{-3} \text{A}^{-1}$

(se formelarket)

Eks. 2: Feltet på akse i en sirkulær strømsløyfe: (kap 28.5)



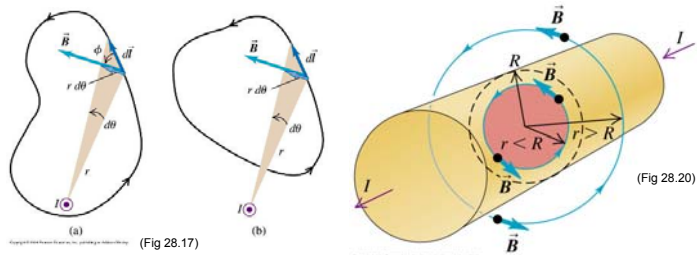
Eks. 3: B-felt i sentrum av kvadratisk strømsløyfe

Rett leder lengde $2a$:
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{2a}{\rho} \frac{1}{\sqrt{a^2 + \rho^2}} \hat{\phi} \quad (28.8)$$

Nærme rett leder ($a \gg \rho$):
$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{\rho}, \quad (28.9)$$

Amperes lov

$\int \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$ over lukka kurve, der I er totalstrøm innenfor kurva



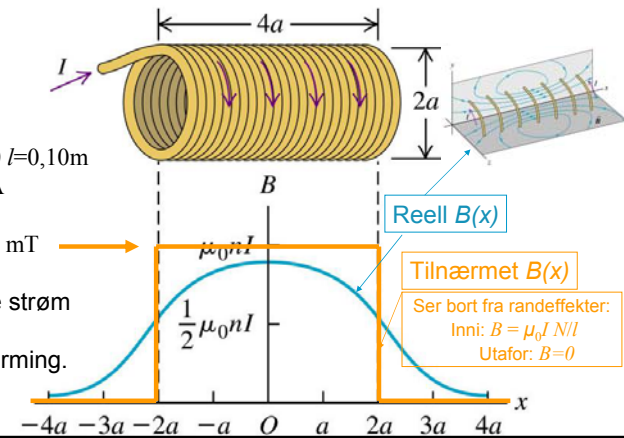
Gjelder alle integrasjonsveger,

men er nyttig kun i (sylinder)symmetriske konfigurasjoner. F. eks. rundt leder: $B = \mu_0 I / 2\pi r$

Eks. 4: Solenoide (mange sirkulære strømsløyfer)

Eks:
 $N=400$ $l=0,10\text{m}$
 $I=5,0\text{A}$
 \Rightarrow
 $B = 25 \text{ mT}$

Større strøm gir oppvarming.



E i parallelplatekondensator B i solenoide

$E=0$ utenfor $B=0$ utenfor

d $2a$ **Idealisert** l $2a \ll l$

OK når $d \ll \sqrt{A}$ OK når $2a \ll l$

Reelt

(Fig. 22.21a) (Fig 28.22)

$|B|$ inni og utenfor en sylinderleder med uniform strøm I analog til $|E|$ inni og utenfor en sylinder med uniform ladning λ

B er asimutal E er radiell

(Ex. 28.9) (\approx Ex. 23.10)

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \cdot \frac{r}{R}$ $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ $E = \lambda / (2\pi\epsilon_0) \cdot r / R^2$ $E = \lambda / (2\pi\epsilon_0) \cdot 1/r$

curl

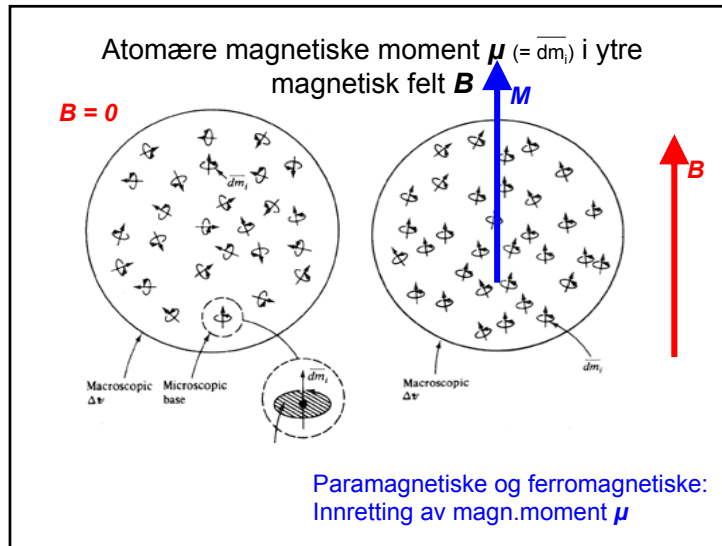
-- kan i vannstrøm demonstreres med et padlehjul:

Curl. Eksempel:

$\vec{F}(x, y, z) = [y, -x, 0] = y\hat{i} - x\hat{j}$

$\text{curl } \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$

$\text{curl } \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y & -x & 0 \end{vmatrix} = 0 \cdot \hat{i} + 0 \cdot \hat{j} + \left(\frac{\partial(-x)}{\partial x} - \frac{\partial y}{\partial y} \right) \hat{k} = -2\hat{k}$



Hva vi lærte forrige time:

- Magnetisk feltstyrke: $H = B/\mu_0$ (i tomrom)
- Magnetisering, definisjon: $M = \sum \mu / \text{volum}$
- Magnetisering, eksperimentelt: $M = \chi_m H$
- Totalt B -felt i magnetisk materiale:
 $B = \mu_0 H + \mu_0 M$
 $= \mu_0 H + \mu_0 \chi_m H$
 $= \mu_0 \mu_r H$, relativ permeabilitet: $\mu_r = \chi_m + 1$
- Amperes lov på ny, enkel form:
 $\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I \Rightarrow \int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = I$
 $\text{curl } \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \Rightarrow \text{curl } \mathbf{H} = \mathbf{J}$

Tre typer magnetisk materiale:

Type	Effekt	Årsak: Ytre H_0
Dia- magnetisk	B -felt \downarrow	induserer magn.mom. μ med $\mu \parallel (-H)$
Para- magnetisk	B -felt \uparrow	innretter permanente μ med $\mu \parallel H$
Ferro- magnetisk	B -felt $\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow$	innretter permanente μ med $\mu \parallel H$ Mange

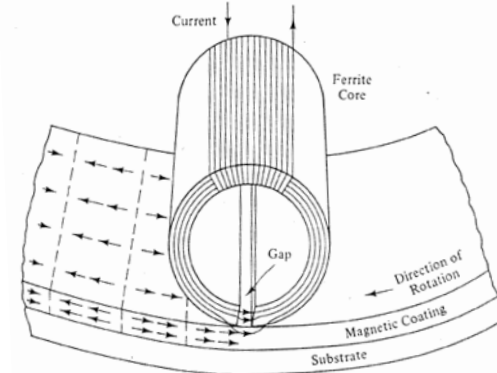
$B = \mu_0 \mu_r H$

TABLE 9-1 REPRESENTATIVE VALUES FOR PERMEABILITY μ_r FOR SEVERAL MATERIALS

Material	Type	μ_r
Bismuth	Diamagnetic	0.9999834
Silver	Diamagnetic	0.99998
Copper	Diamagnetic	0.999991
Vacuum	Nonmagnetic	1.00
Aluminum	Paramagnetic	1.00002
Nickel chloride	Paramagnetic	1.00004
Cobalt	Ferromagnetic	250
Nickel	Ferromagnetic	600
Mild steel	Ferromagnetic	2,000
Iron	Ferromagnetic	5,000
Mumetal	Ferromagnetic	100,000
Supermalloy	Ferromagnetic	800,000

IUPAC Periodic Table of the Elements

Magnetgap til bruk for å skrive på harddisk, video og lignende



Kap. 28: Oppsummering: Kilde til magnetisk felt

- Bevegelse av ladninger er kilde for magnetfelt \vec{B}
 - Enkeltladning i bevegelse: $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv \times \vec{r}}{r^2}$
 - Strøm i leder: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$ (Biot-Savarts lov)
- Magnetfelt \vec{B} kan finnes ved integrasjon over leder fra Biot-Savarts lov
 - eller ved bruk av:
- Amperes lov:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I \qquad \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = I$$
 der I er strøm innenfor den lukkede integrasjonsvegen.
 Differensialform: $\text{curl } \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$ $\text{curl } \vec{H} = \vec{J}$
- Viktige anvendelser: Rett leder, solenoide, m.m.

Kap. 28: Oppsummering: Magnetiske materialer

- Materialer kan magnetiseres: $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$
 - Diamagnetiske: χ_m liten, negativ
 - Paramagnetiske: χ_m liten, positiv
 - Ferromagnetiske: χ_m **stor** positiv
- Strømsløyfer skaper magnetisk feltstyrke \vec{H} og flukstetthet:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi_m \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$
 .. altså avhengig av relativ permittivitet μ_r og dermed av materialet
- I alle tidligere formler kan vi erstatte μ_0 med $\mu = \mu_0 \mu_r$
- Kontinuitetskrav over grenseflater (skille i μ_r):

$$B_{\perp} \text{ kontinuerlig} \quad B_{\parallel} \text{ diskontinuerlig}$$

$$H_{\perp} \text{ diskontinuerlig} \quad H_{\parallel} \text{ kontinuerlig}$$