Kap. 24
Kapasitans og dielektrika

- Grunnleggende forståelse for
  - HVA en kondensator er,
  - HVORFOR den virker som den gjør,
  - hvilke BEGRENSINGER den har og
  - hvorfor et DIELEKTRIKUM er påkrevd i en kondensator.

- Kapasitans

- Energi i kondensatorer og ladningssamlinger generelt

- Beskrive et dielektrikum:
  - polarisering ***P***,
  - elektrisk flukstetthet ***D,***
  - relativ permittivitet ε_r
  - Gauss' lov for dielektrika.

Små kondensatorer

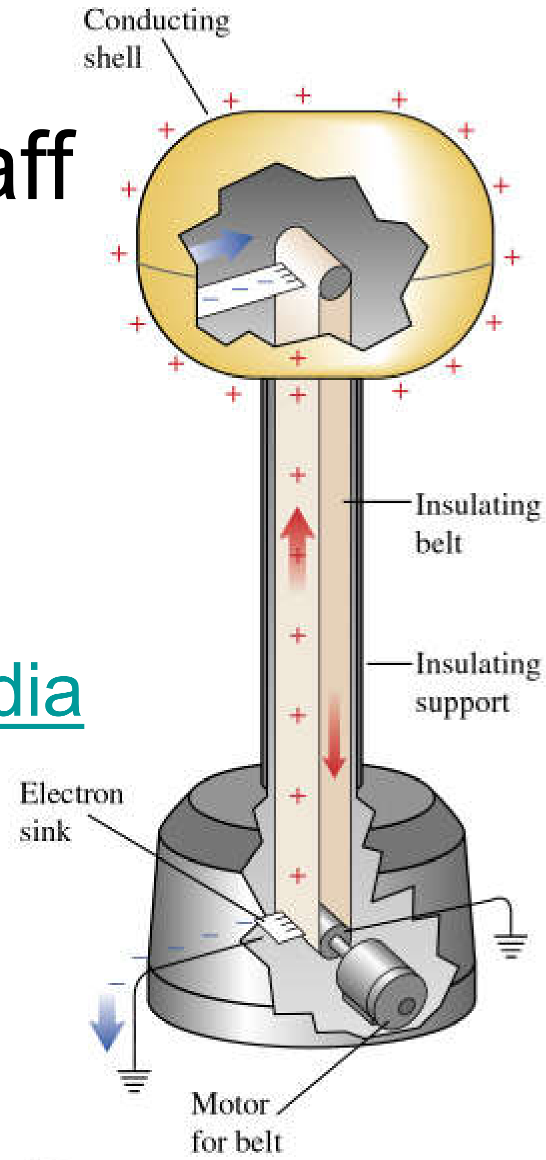
og store kon-den-sa-torer..

Fra Wikipedia: http://en.wikipedia.org/wiki/Capacitor

Van de Graaff generator

Y&F fig 22.27

Se også Wikipedia



Oppgitt overslagsspenning	
kV	ved cm
30	1
55	2
80	3
100	4
125	5,5

Coronautladning ved E_{max} = 30 kV/cm på overflata

$\Rightarrow V_{max} = E_{max} R = 300$ kV

$\Rightarrow Q_{max} = V_{max} C = 3{,}3$ μC

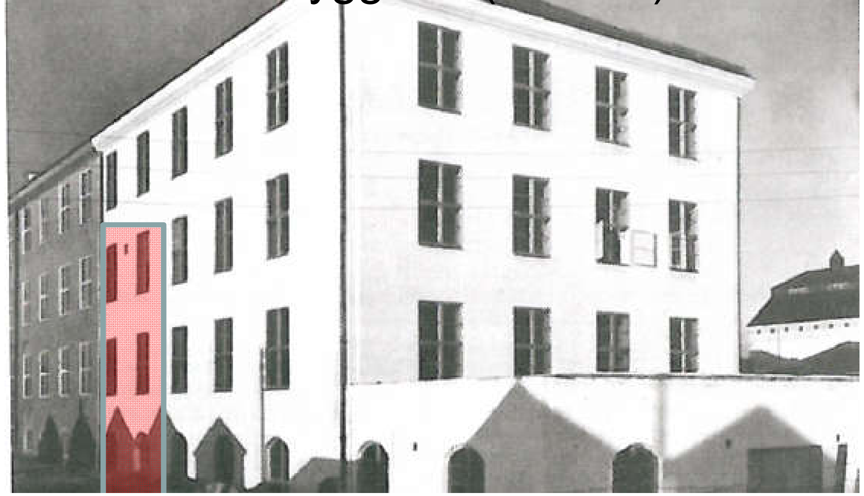
Øving 3, opg. 1
Coronautladning ved > 30 kV/cm

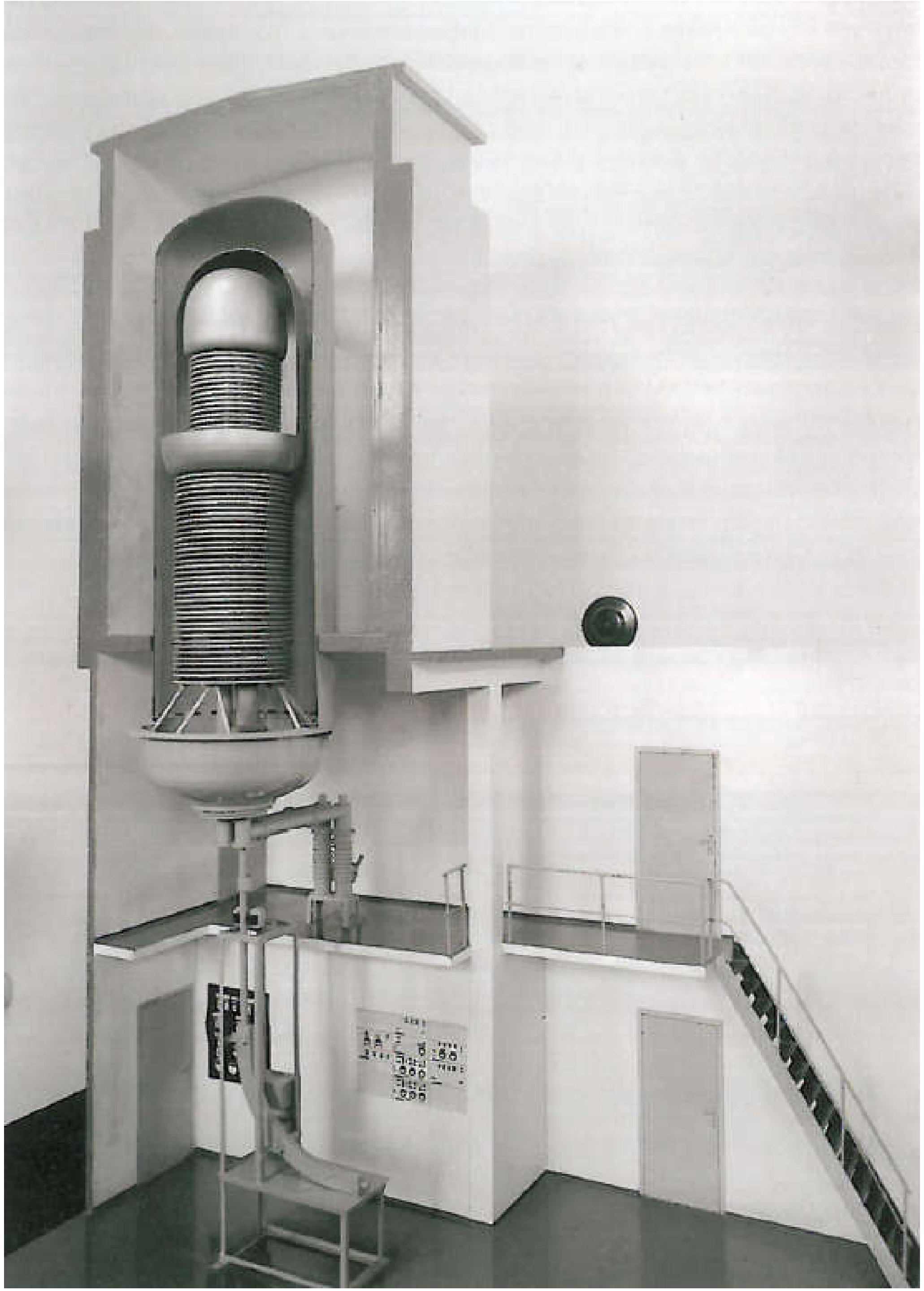
Fra http://en.wikipedia.org/wiki/Corona_discharge
Corona discharge on insulator string of a 500 kV overhead power line.
Corona discharges represent a significant power loss for electric utilities.

Van de Graaff-generator
i Gamle fysikk, 1952

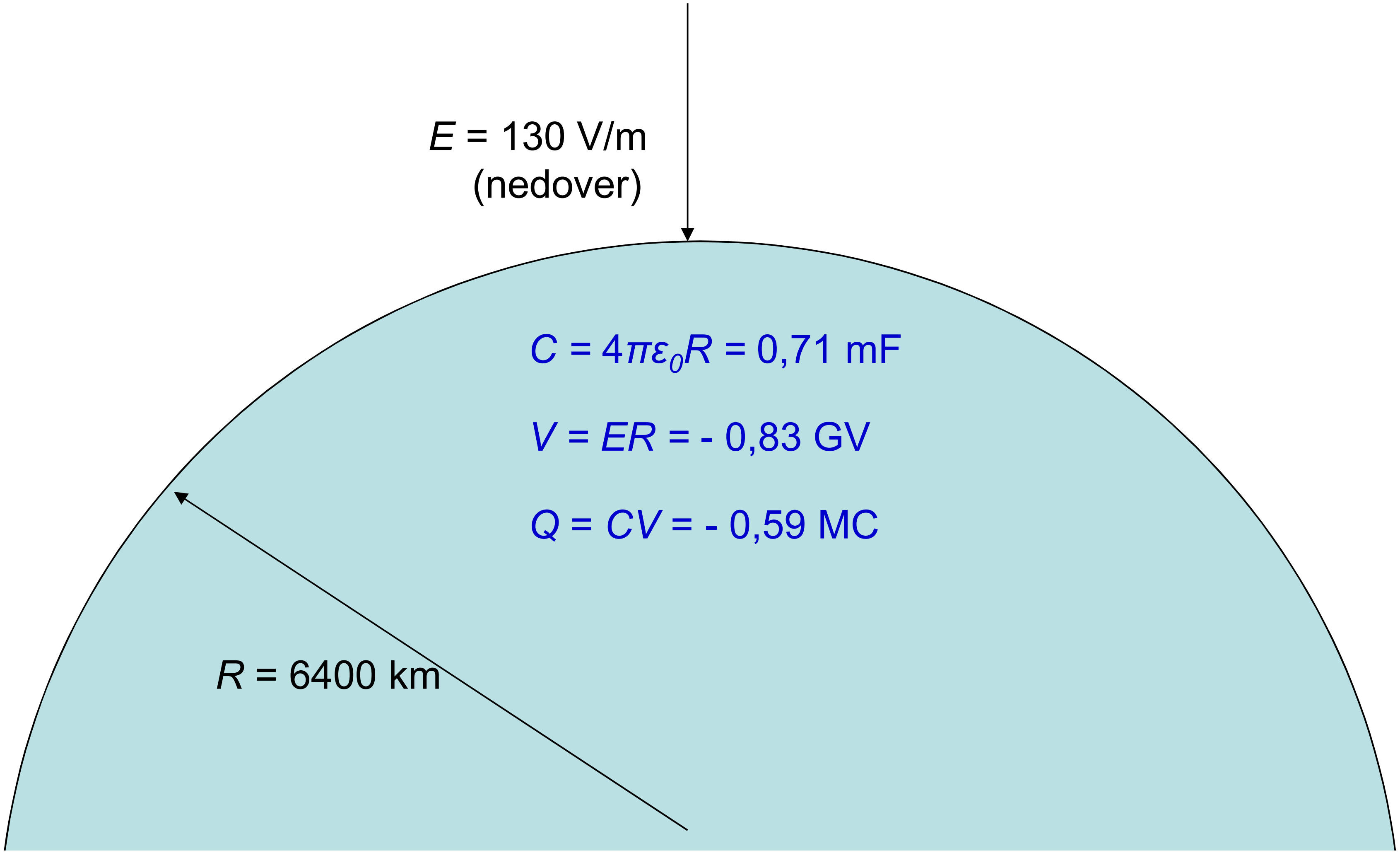
Forskning i kjernefysikk.
Opptil 2000 kV
Kulediameter ca 60 cm
høytrykkskammer rundt

sett fra IT-bygg sør (Aud F1)





Jordkloden: Ladning og felt



$C = 4\pi\varepsilon_0 R = 0{,}71 \text{ mF}$

$V = ER = -\ 0{,}83 \text{ GV}$

$Q = CV = -\ 0{,}59 \text{ MC}$

Kap. 24 Kapasitans og dielektrika

- Kondensatorer = to ledere som kan lagre ladning, +Q og -Q
- Kapasitans: $C = Q/V$ (enhet F = farad)

  der $V = V_2 - V_1$ for to ledere (Type A)

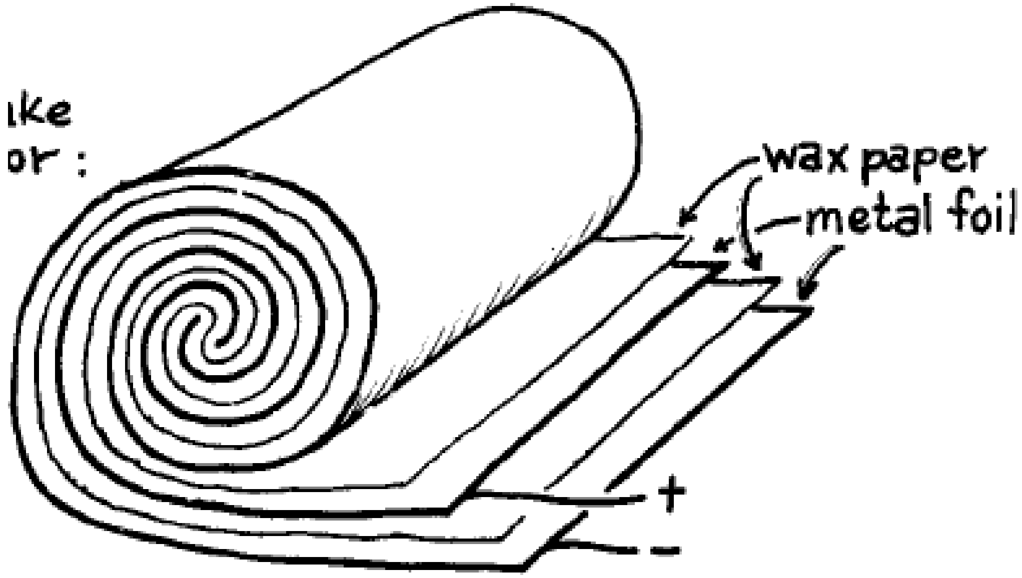
  eller $V = V - V_\infty$ for enkeltleder (Type B)

- Eks. 1: Enkeltkule: $C = 4\pi\varepsilon_0 R$
- Eks. 2: Parallellplatekondensator
- Eks. 3: Kulekondensator
- Eks. 4: Sylinderkondensator (koakskabel)
- Seriekopling og parallellkopling
- Uttrykk for energi i kondensatorer og ladningssamlinger

- Dielektriske materialer: Elektrisk polarisering ***P***
- Elektrisk flukstetthetsvektor: ***D***
- Gauss' lov for dielektrika.

Parallellplatekondensator

$C = \varepsilon_0 A/d$

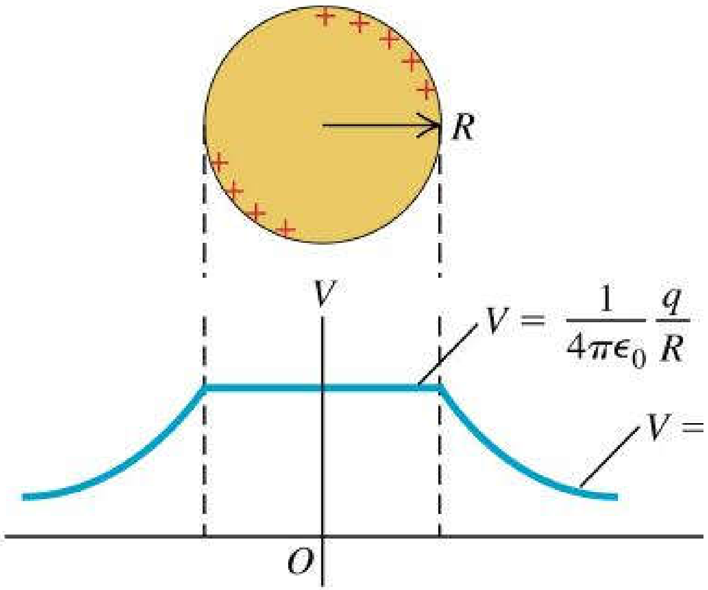


Hvor stort areal for 1F – kondensator hvis f.eks. $d = 0{,}1$ mm ?

$A = C\ d/\varepsilon_0 = 1\ \text{F}\ \ 0{,}1\ \text{mm} / 9\ \ 10^{-12}\ \text{F/m} = 11\ \text{km}^2$!!

Eks. 1: Enkeltkule (ladning q)

Type B

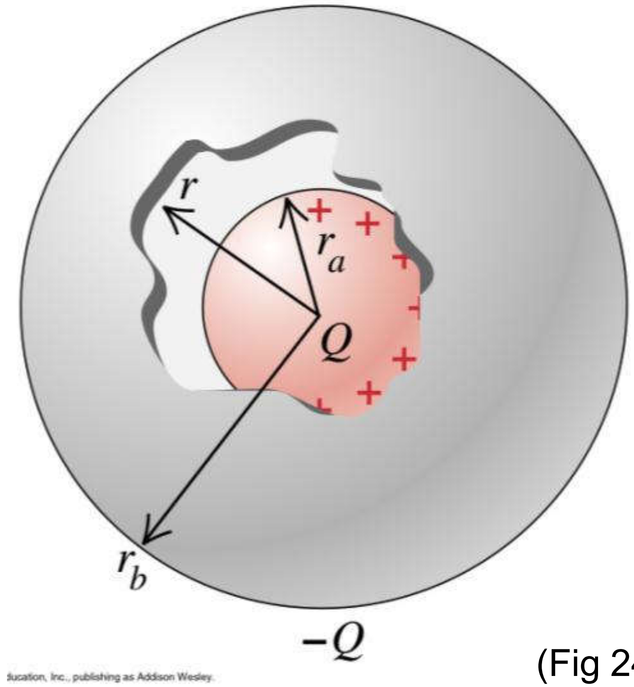


$C = 4\pi\varepsilon_0 R$

Eks. 3: Kulekondensator

Type A = to kuleskall med ladning $+Q$ og $-Q$

=Ex. 24.3



(Fig 24.5)

$C = 4\pi\varepsilon_0\, r_b r_a/(r_b - r_a)$

$\rightarrow 4\pi\varepsilon_0\, r_b r_a/r_b$

$= 4\pi\varepsilon_0\, r_a$ når $r_b \rightarrow \infty$

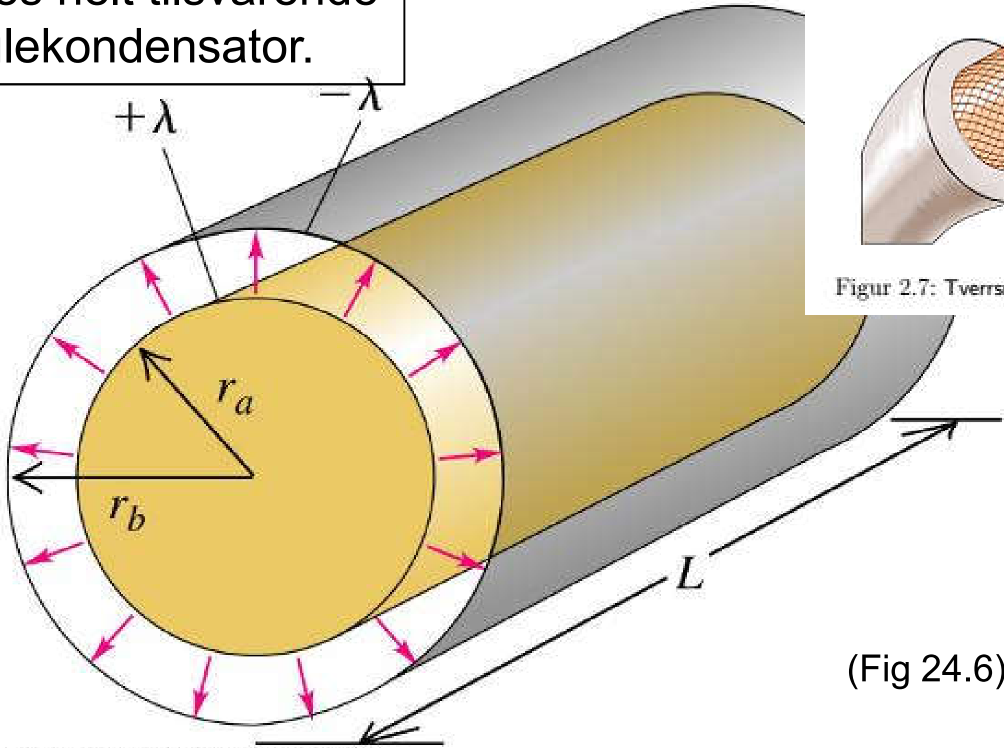
Eks. 4: **Sylinderkondensator** = Y&F Ex. 24.4

Type A

= to sylinderskall med ladning $+\lambda$ og $-\lambda$ (C/m)

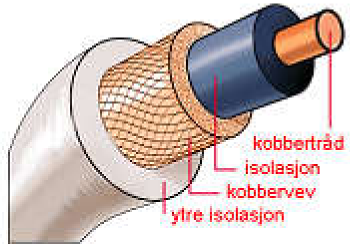
= koaksialkabel

Utregnes helt tilsvarende som kulekondensator.



(Fig 24.6)

Fra labhefte 2016:



Figur 2.7: Tverrsnitt av en koaksialkabel.

Figur 2.8: Koaksialkabel med BNC-tilkopling

1) Finn E_r

2) integrer og finn $V(r)$ (Metode 2) (≈ Eks 9 Kap 23)

3) finn kapasitansen $C = Q/V_{ab}$

Metode 1:

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint \frac{dq}{r}$$

Metode 2:

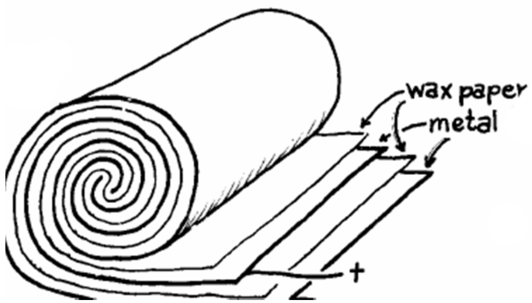
$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

Kap. 24 Kapasitans og dielektrika

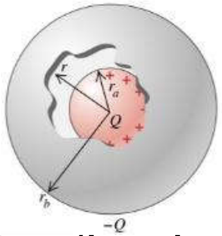
- Kondensatorer = to ledere som kan lagre ladning, +Q og -Q
- Kapasitans: $C = Q/V$ (enhet F = farad)

  der $V = V_2 - V_1$ for to ledere (Type A)

  eller $V = V - V_\infty$ for enkeltleder (Type B)



- Eks. 1: Enkeltkule: $C = 4\pi\varepsilon_0 R$
- Eks. 2: Parallellplatekondensator $C = \varepsilon_0 A/d$
- Eks. 3: Kulekondensator



$$C = 4\pi\varepsilon_0 r_b r_a /(r_b - r_a)$$
$$\rightarrow 4\pi\varepsilon_0 r_a \quad \text{når } r_b \rightarrow \infty$$

- Eks. 4: Sylinderkondensator (koakskabel)
- Seriekopling: $C = \Sigma C_i$; parallellkopling: $1/C = \Sigma 1/C_i$
- Uttrykk for energi i kondensatorer
- Uttrykk for energi i ladningssamling

} I dag

- Dielektriske materialer: Elektrisk polarisering ***P***
- Elektrisk flukstetthetsvektor: ***D***
- Gauss' lov for dielektrika.

} Neste uke

Uttrykk kapasitans

$$C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \quad \underbrace{(\text{geometrifaktor})}_{\text{enhet: meter}}$$

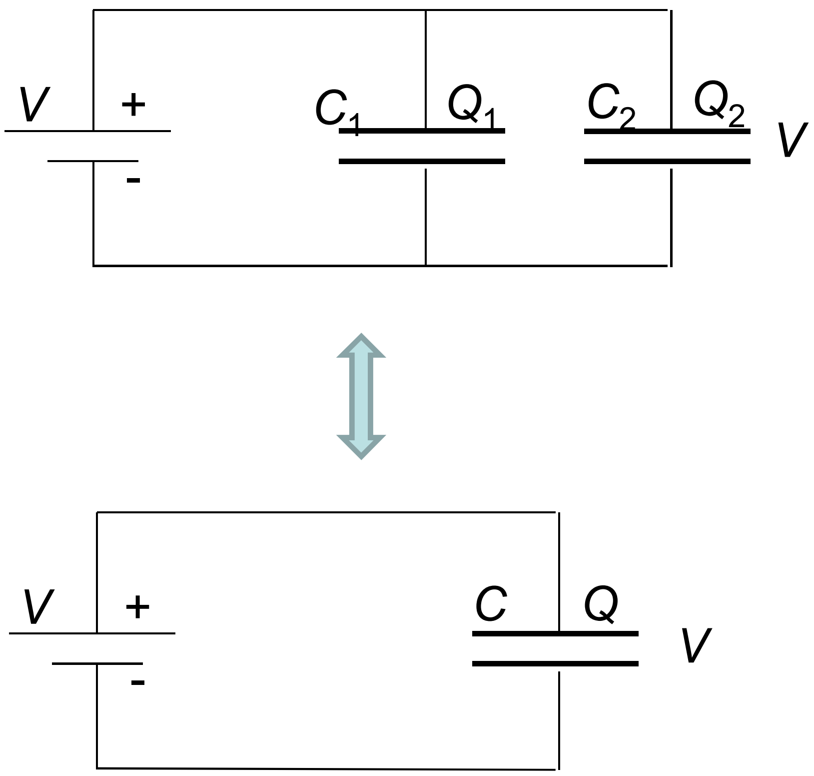
korreksjonsfaktor i dielektrika (anna enn luft)

- Koaksialkondensator: $$C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{2\pi}{\ln r_b / r_a} \, l$$
- Parallellplatekondensator: $$C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$
- Kulekondensator: $$C = \varepsilon_r \varepsilon_0 4\pi \frac{r_b \, r_a}{r_b - r_a}$$

$$\rightarrow \quad \varepsilon_r \varepsilon_0 4\pi r_a \quad \text{når } r_b \rightarrow \infty$$

Kondensatorer:

i parallell



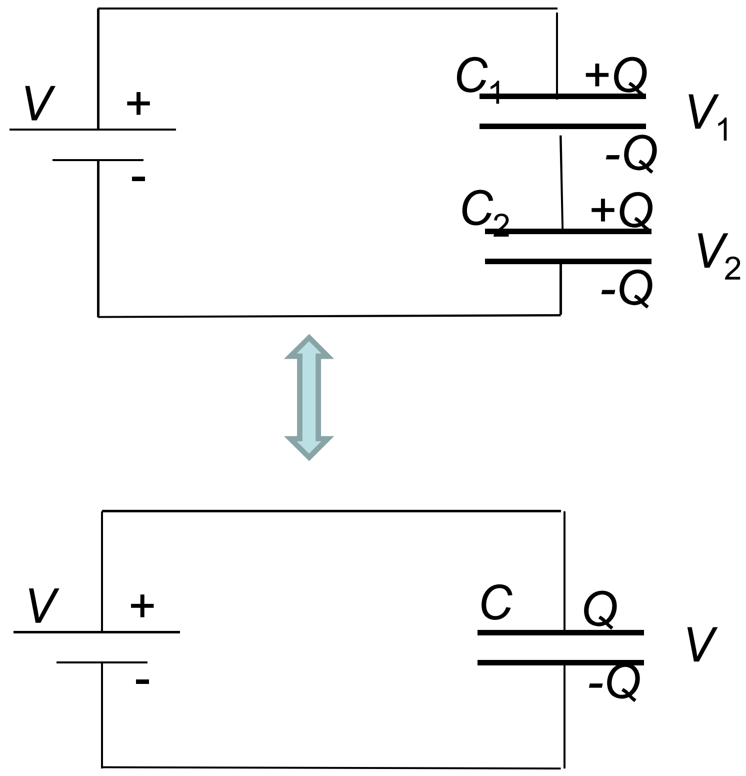
$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$CV = C_1 V + C_2 V$$

V lik for alle =>

$$C = C_1 + C_2 = \Sigma\, C_i$$

i serie



$$V = V_1 + V_2$$

$$Q/C = Q/C_1 + Q/C_2$$

Q lik for alle =>

$$1/C = 1/C_1 + 1/C_2 = \Sigma\, 1/C_i$$

2 kond: $C = C_1 C_2 /(C_1 + C_2)$

Øking av avstand *d* i platekondensator:

=> $C = \varepsilon_0 A/d$ avtar

1. Tilkopla batteri:

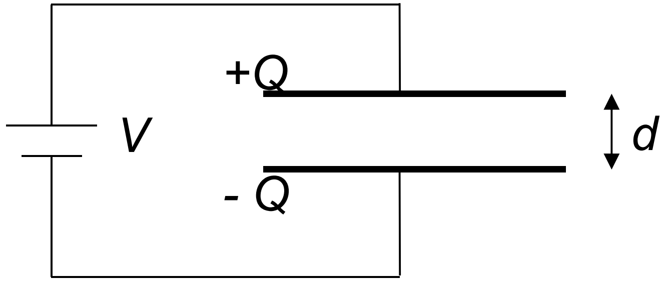
   ***V* konstant**

   $Q = CV$ avtar

   E avtar

   $U = ½ QV$ avtar

   (gis til batteriet)



2. Frakopla batteri:

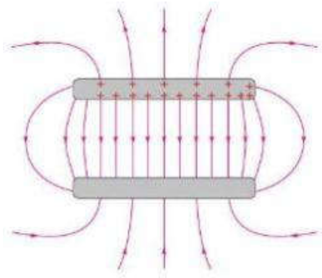
   ***Q* konstant**

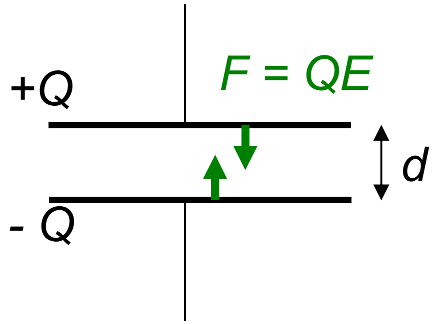
   E konstant

   $V = Q/C$ øker

   $U = ½ QV$ øker

   (tilføres fra ytre kraft)





Elektrisk energi

Uttrykt med ladning og potensial:

$$U = \tfrac{1}{2}\, V Q = \tfrac{1}{2}\, C V^2 = \tfrac{1}{2}\, Q^2/C \qquad (24.9)$$

(utledet for kondenstor; all Q på samme V)

$$U = \tfrac{1}{2} \Sigma V_i Q_i \qquad (24.9C)$$

(ulike Q_i på ulike V_i)

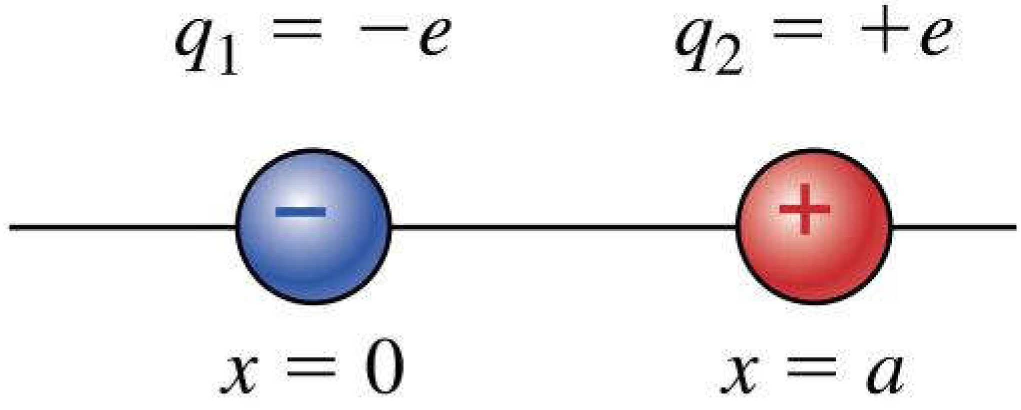
$$U = \tfrac{1}{2} \int V \,\mathrm{d}q \qquad (24.9C)$$

(ulike dq på ulike V)

Her beregnes energien *U* i **ferdig oppbygd ladning**

Kap 23, eks. 2. To ladninger

A. Energiberegning under oppbygging:



q_1 først, så q_2:

$U = U_1 + U_2$

$\quad = 0 \;\; + q_2\, kq_1/a$

q_2 først, så q_1:

$U = U_2 \quad + \quad U_1$

$\quad = \;\; 0 \quad + q_1\, kq_2/a$

C. Ferdig oppbygd:	ved potensial	energi
q_1	$V_1 = kq_2/a$	$q_1\, V_1 = \; q_1\, kq_2/a$
q_2	$V_2 = kq_1/a$	$q_2\, V_2 = \; q_2\, kq_1/a$

Sum: $\Sigma\, q_i V_i \;\; = 2\; q_2\, kq_1/a$ Regnet dobbelt!

Konklusjon:

C. Energi beregnet fra potensial i ferdig oppbygd ladning: $U = ½\, \Sigma q_i V_i$

Elektrisk energi

Beregning for sum av punktladninger:

A. Setter inn én og én ladning med energi for hver:

$U = q_1 \cdot 0 + q_2 \cdot V_{21} + q_3 \cdot (V_{32} + V_{31}) +$ etc.

B. Sum over parvise ladninger, men hvert par bare én gang:

$U = \Sigma_{i<j}\, k\, Q_i\, Q_j / r_{ij}$

C. Sum over ferdig oppbygd ladning

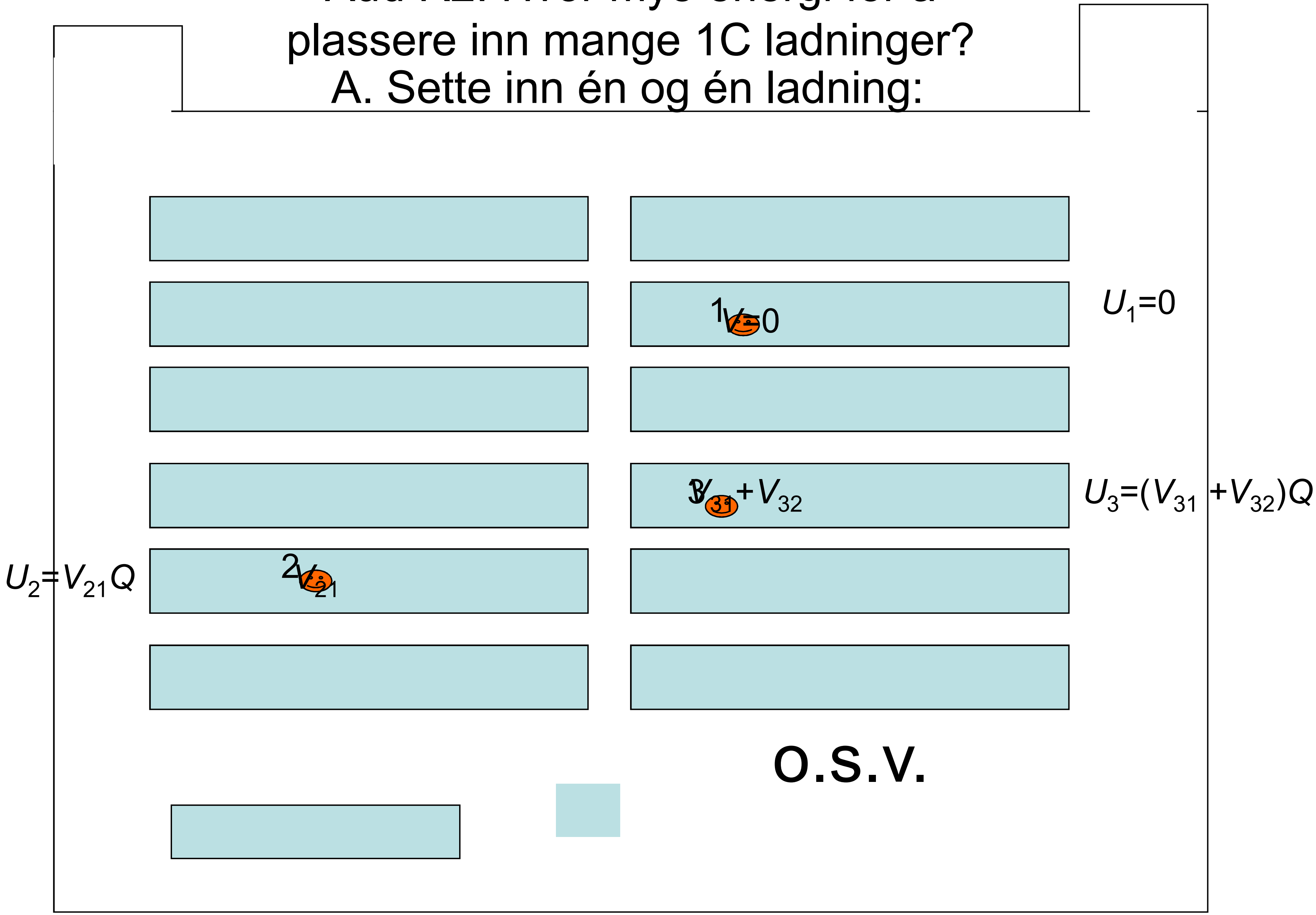
$U = ½\, \Sigma\, V_i Q_i$ (24.9C)

Anbefaler C.

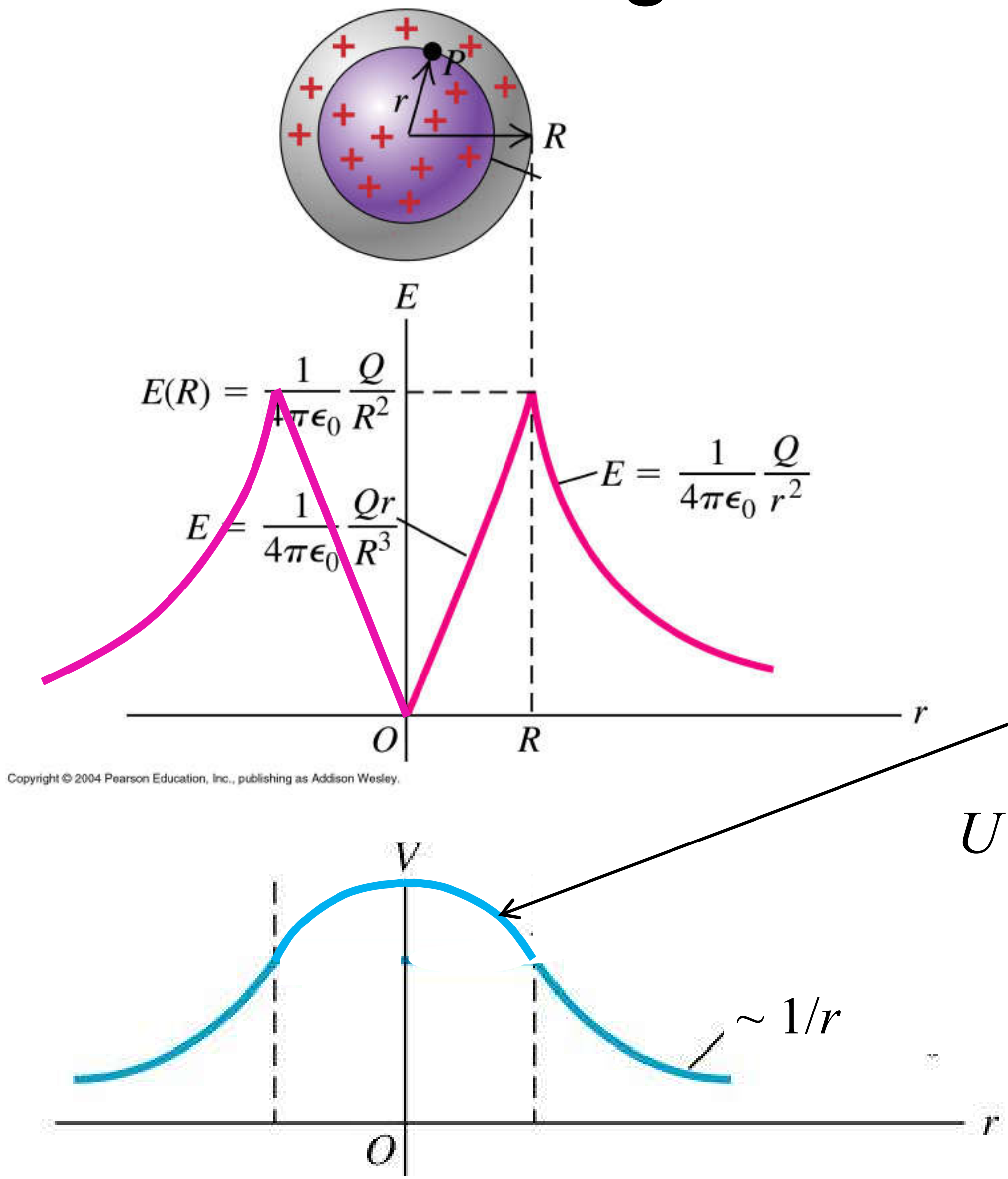
Øving 5, oppgave 2 a): Fire punktladninger

Aud R2: Hvor mye energi for å plassere inn mange 1C ladninger?

A. Sette inn én og én ladning:



Eks.6: Energi for homogent ladd kule



(Y&F ≈Fig 22.22)

Beregna i Eks.8 – kap. 23:

$V(r) = \frac{k}{2}\frac{Q}{R}\left(3 - \frac{r^2}{R^2}\right)$ inni kula

$$U = \frac{1}{2}\iiint V(r)\,\mathrm{d}q \quad (24.9\mathrm{C})$$

$$= \frac{1}{2}\iiint V(r)\,\rho\,\mathrm{d}\tau = \frac{3}{5}\frac{kQ^2}{R}$$

OBS: $\mathrm{d}q = 0$ utenfor kula

Kulesymmetri: $\mathrm{d}\tau = 4\pi\, r^2\, \mathrm{d}r$ = kuleareal tykkelse

Infinitesimale volumelement

Kartesiske koord.: ($dV =$) $d\tau = dx\, dy\, dz$

Kulekoordinater: $d\tau = dr \quad r d\theta \quad r \sin\theta\, d\varphi = \sin\theta\, d\theta\, d\varphi\, r^2\, dr$

Integrert over θ og φ: $d\tau = \int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta \quad \int_0^{2\pi} d\varphi \quad r^2\, dr = 2\; 2\pi \;\; r^2\, dr$

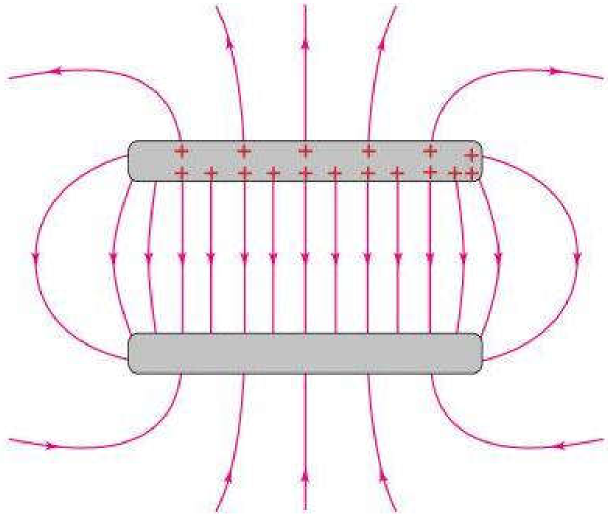
Når kulesymmetri bruk alltid dette uttrykket

$d\tau = 4\pi\, r^2\, dr$ = kuleareal tykkelse

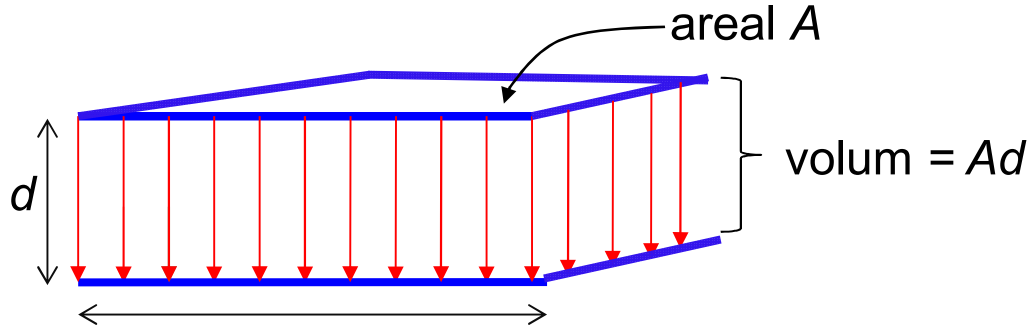
Tilsvarende ved sylindersymmetri og sylinderkoordinater:

$d\tau = 2\pi\, r\, dr\, l$ = omkrets tykkelse høyde

Energi *U* uttrykt med *E*-feltet



idealisert



$$U = \tfrac{1}{2}\,\varepsilon_0\,E^2\,Ad$$

$$u = U/\tau = \tfrac{1}{2}\,\varepsilon_0\,E^2$$

Elektrisk energi

1. Uttrykt med ladning og potensial:

$$U = \tfrac{1}{2} \int V \, \mathrm{d}q \quad (= \tfrac{1}{2} V Q = \tfrac{1}{2} C V^2) \qquad (24.9C)$$

2. Uttrykt med elektrisk felt:

$$U = \int u \, \mathrm{d}\tau = \tfrac{1}{2} \varepsilon_0 \int E^2 \, \mathrm{d}\tau \qquad (24.11B)$$

Hvor er energien lagra:

I ***ladningene*** eller i det ***elektriske feltet***?

På platene eller ***mellom*** platene?

To uttrykk for SAMME energi!

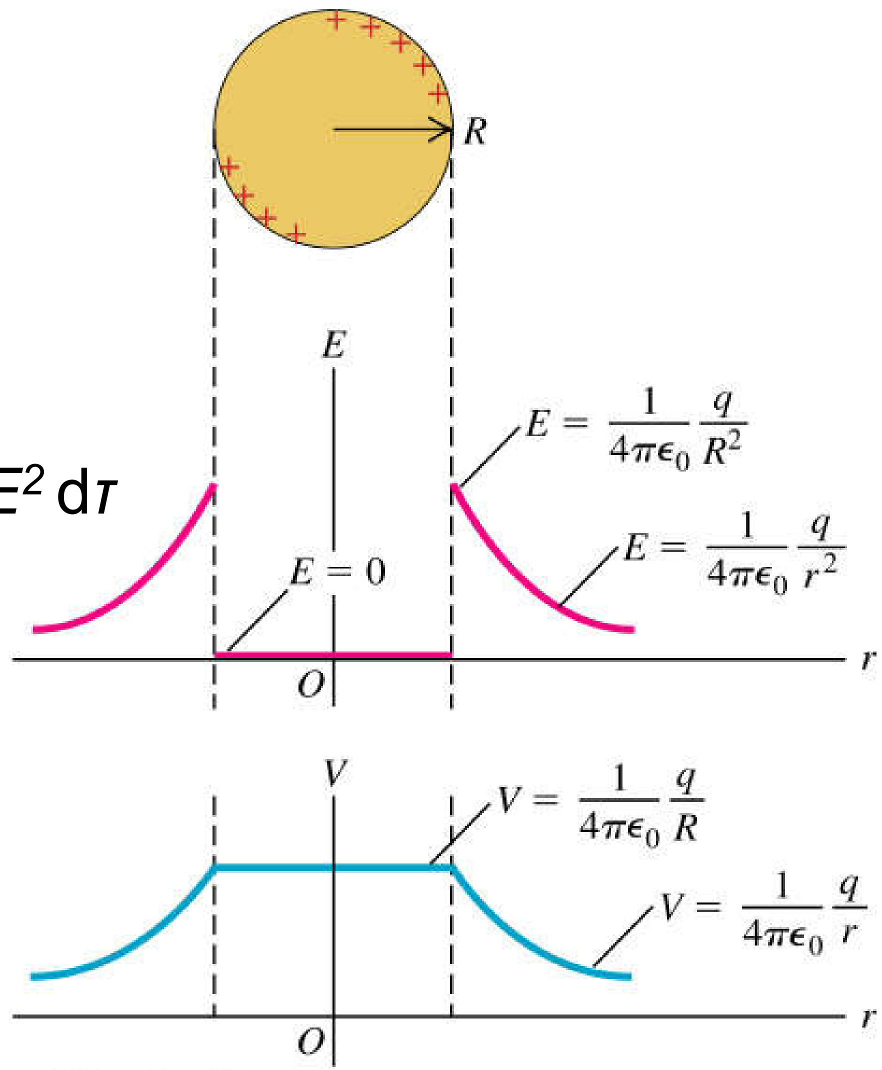
Eks. 7: Energi på lederkule med ladning q

U fra *E:*

$$U = \tfrac{1}{2}\,\varepsilon_0 \int E^2\, d\tau$$

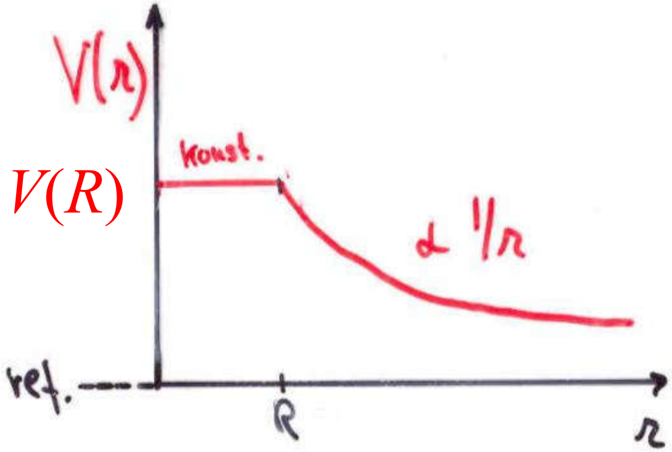
U fra *V:*

$$U = \tfrac{1}{2} \int V\, dq = \tfrac{1}{2}\, V(R)\, q$$



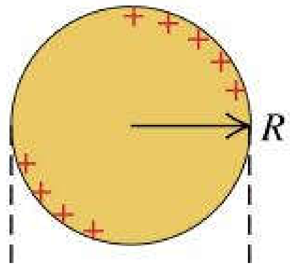
Eks.6+7

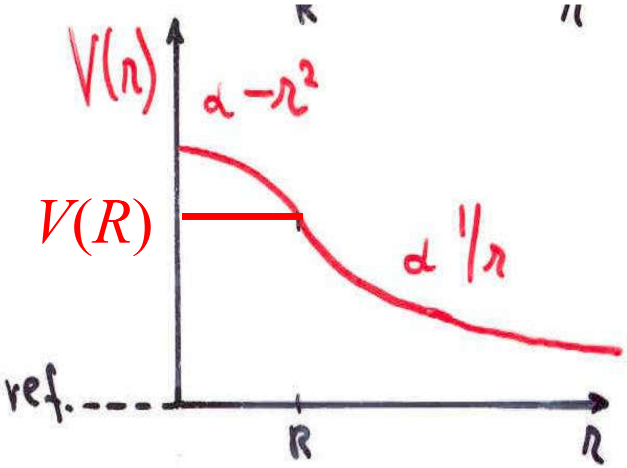
$$U = \tfrac{1}{2} \iiint V(r)\, \mathrm{d}q$$



Eks.7: Ladd lederkule:

$U = \tfrac{1}{2}\, kq^2/R$

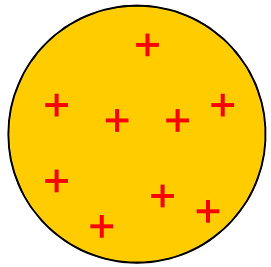




Eks. 6: Homogent ladd kule:

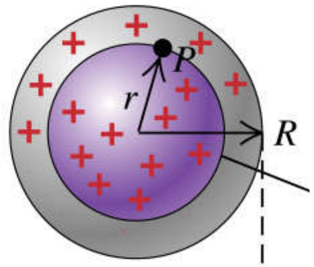
$U = 3/5\; kq^2/R$

$\quad = 6/5\; U_{\text{ladd lederkule}}$

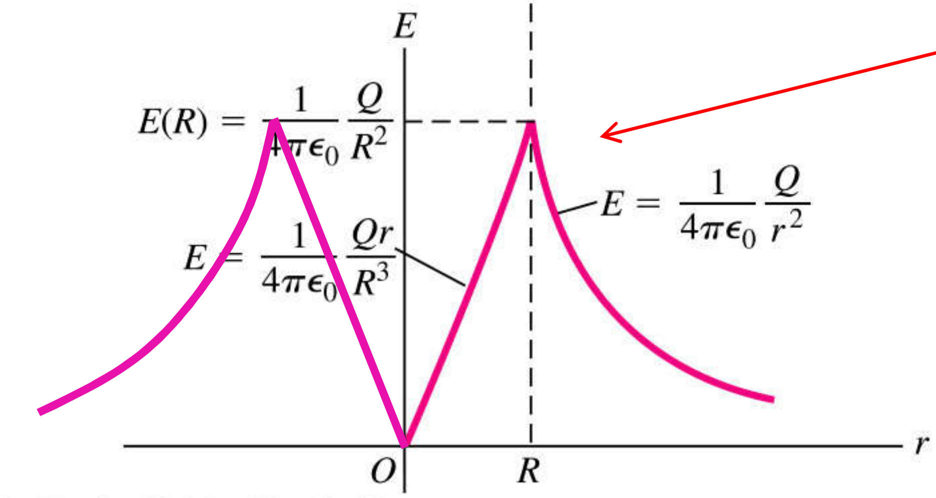


(20 % høyere enn ladd lederkule)

Eks.6B: Finn energi for homogent ladd kule fra elektrisk felt:



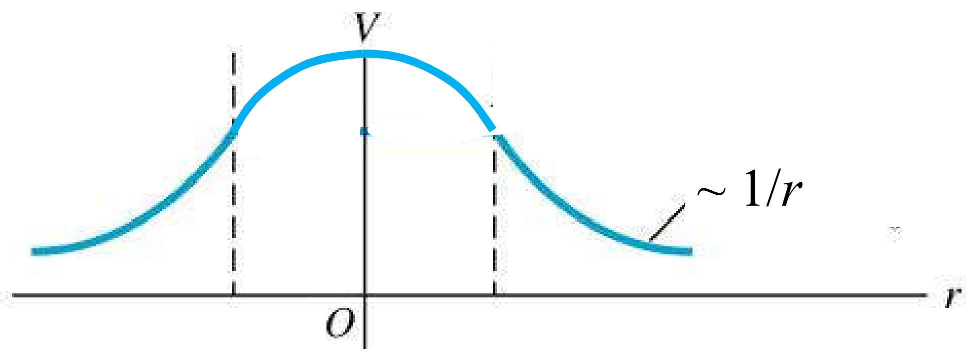
$$U = \int u \, d\tau \; = \tfrac{1}{2}\, \varepsilon_0 \int E^2 \, d\tau \qquad (24.11B)$$



= Heimelekse !

Kjent svar fra Eks. 6:

$U = 3/5 \; kq^2/R$



(Y&F ≈Fig 22.22)

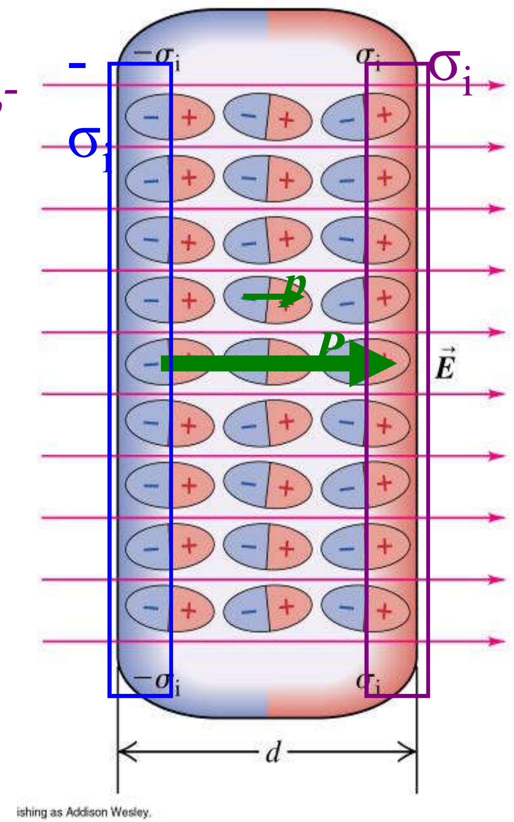
Kap. 24 Kapasitans og dielektrika

- **Gjennomgått:**
- Kondensatorer = to ledere som kan ta opp ladning
- Kapasitans: $C = Q/V$ (farad), med eksempler:
  - » Enkeltkule: $C = 4\pi\varepsilon_0 r_a$
  - » Parallellplate: $C = \varepsilon_0 A/d$
  - » Kulekondensator: $C = 4\pi\varepsilon_0 r_b r_a /(r_b-$
- Seriekopling og parallellkopling
- Energi i kondensatorer $U = ½ V Q = ½ C V^2$
- Energi i ladningssamlinger $U = ½ \int V \mathrm{d}q$

  $U = ½ \varepsilon_0 \int E^2 \mathrm{d}\tau$

- **Videre:**
- Dielektriske materialer:
  Elektrisk polarisering $\boldsymbol{P} = \chi_e \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$
- Elektrisk flukstetthetsvektor: $\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}$
- Gauss' lov for dielektrika:

  Noen anvendelser/eksempler

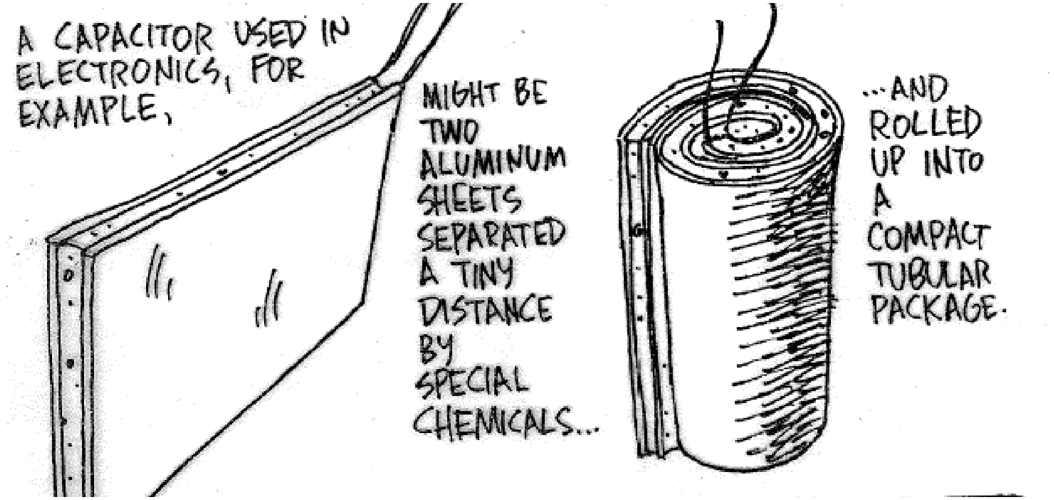


(fig 24.20)

Dielektrika og elektrisk polarisering

Materialer:

- Vakuum
- Ledere
- Dielektrikum



- Mellom plater i kondensator brukes alltid et dielektrikum
- Kapasitansen øker da med en faktor ε_r .

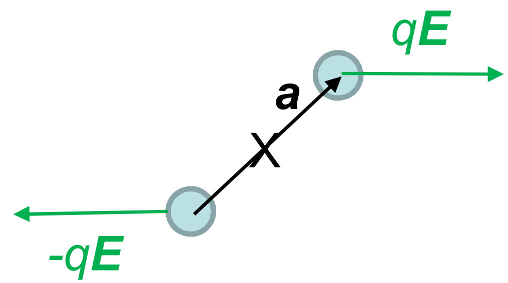
relativ permittivitet ε_r

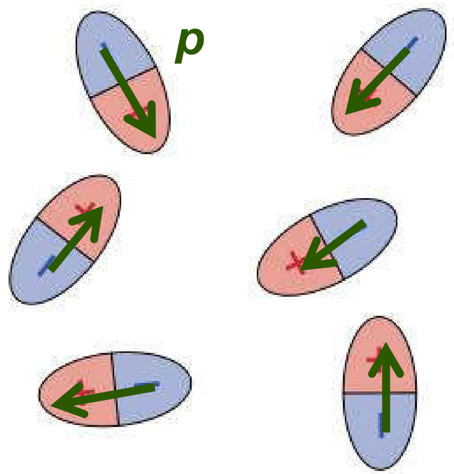
Table 24.1 Values of (Dielectric Constant K) at 20°C

Material	~~K~~ ε_r	Material	~~K~~ ε_r
Vacuum	1	Polyvinyl chloride	3.18
Air (1 atm)	1.00059	Plexiglas	3.40
Air (100 atm)	1.0548	Glass	5–10
Teflon	2.1	Neoprene	6.70
Polyethylene	2.25	Germanium	16
Benzene	2.28	Glycerin	42.5
Mica	3–6	Water	80.4
Mylar	3.1	Strontium titanate	310

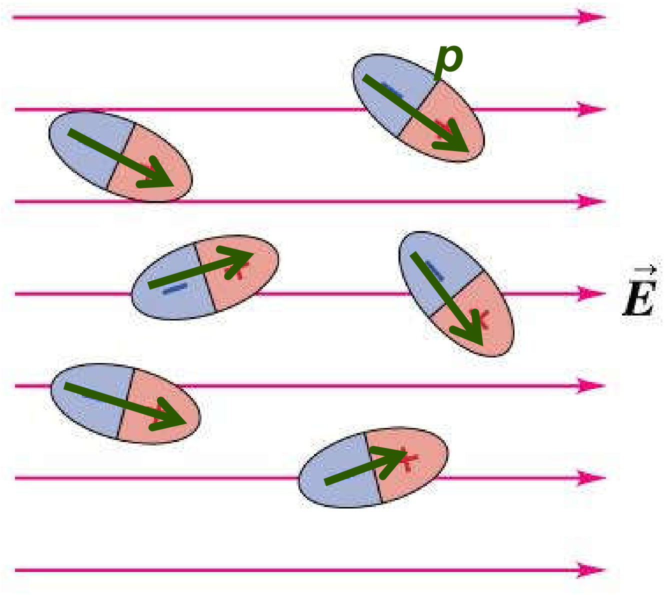
Kraftmoment på dipol:

$$\vec{\tau} = \vec{a}/2 \times q\vec{E} + (-\vec{a}/2) \times (-q\vec{E})$$
$$= q\vec{a} \times \vec{E}$$
$$= \vec{p} \times \vec{E}$$



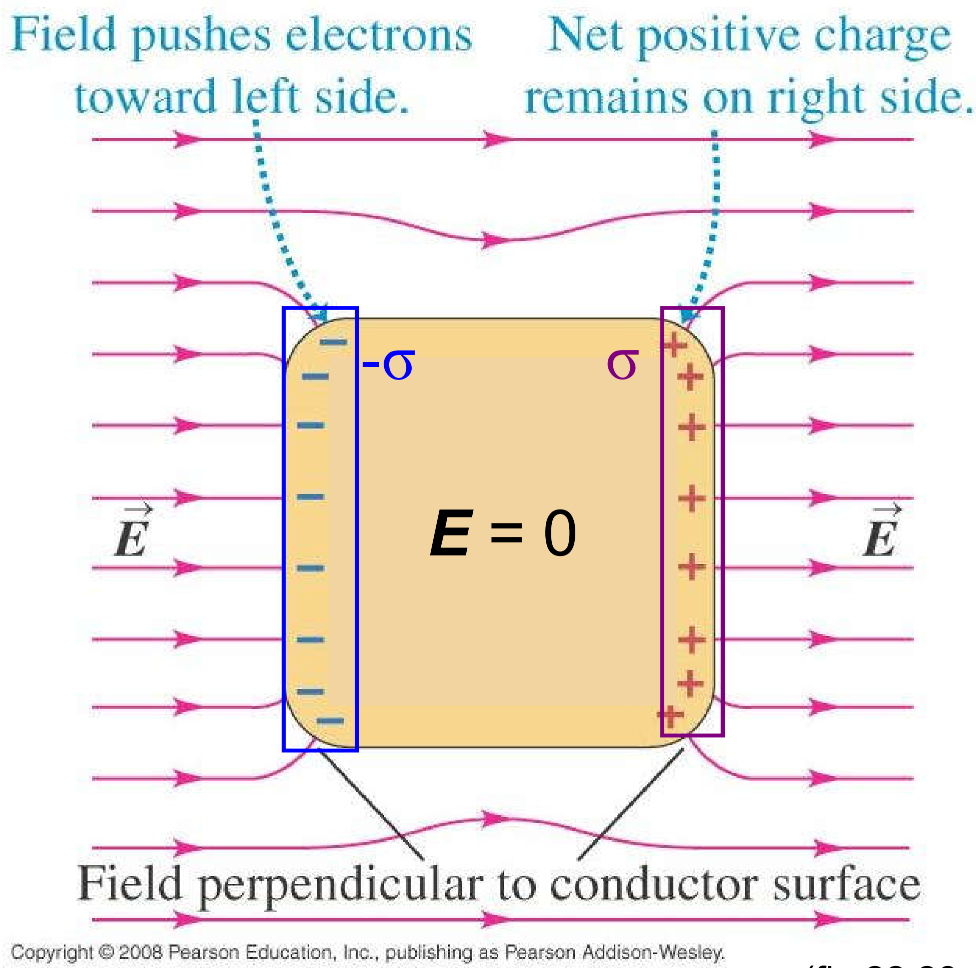


Kraftmoment dreier ***p*** til å bli (om mulig) parallell med ***E***



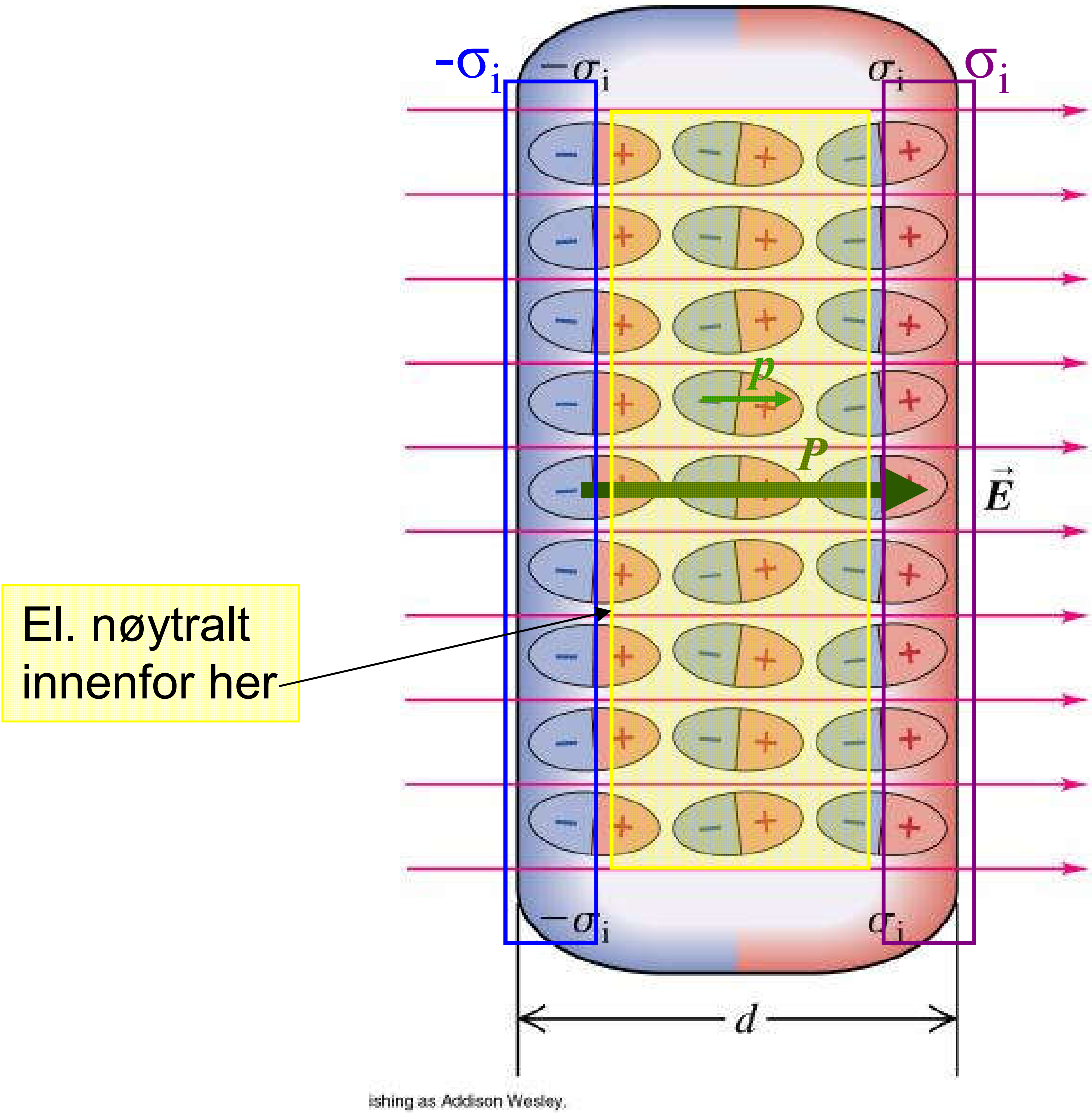
Ledere i ytre *E*-felt

Ladninger forskyves, inntil ***E*** = 0



(fig 22.28a)

Dipolinnretting (polarisering) gir flateladning σ_i (i = indusert ladning)



Definisjon:

$\boldsymbol{P} = \sum \boldsymbol{p}/\text{volum}$

Observasjon:

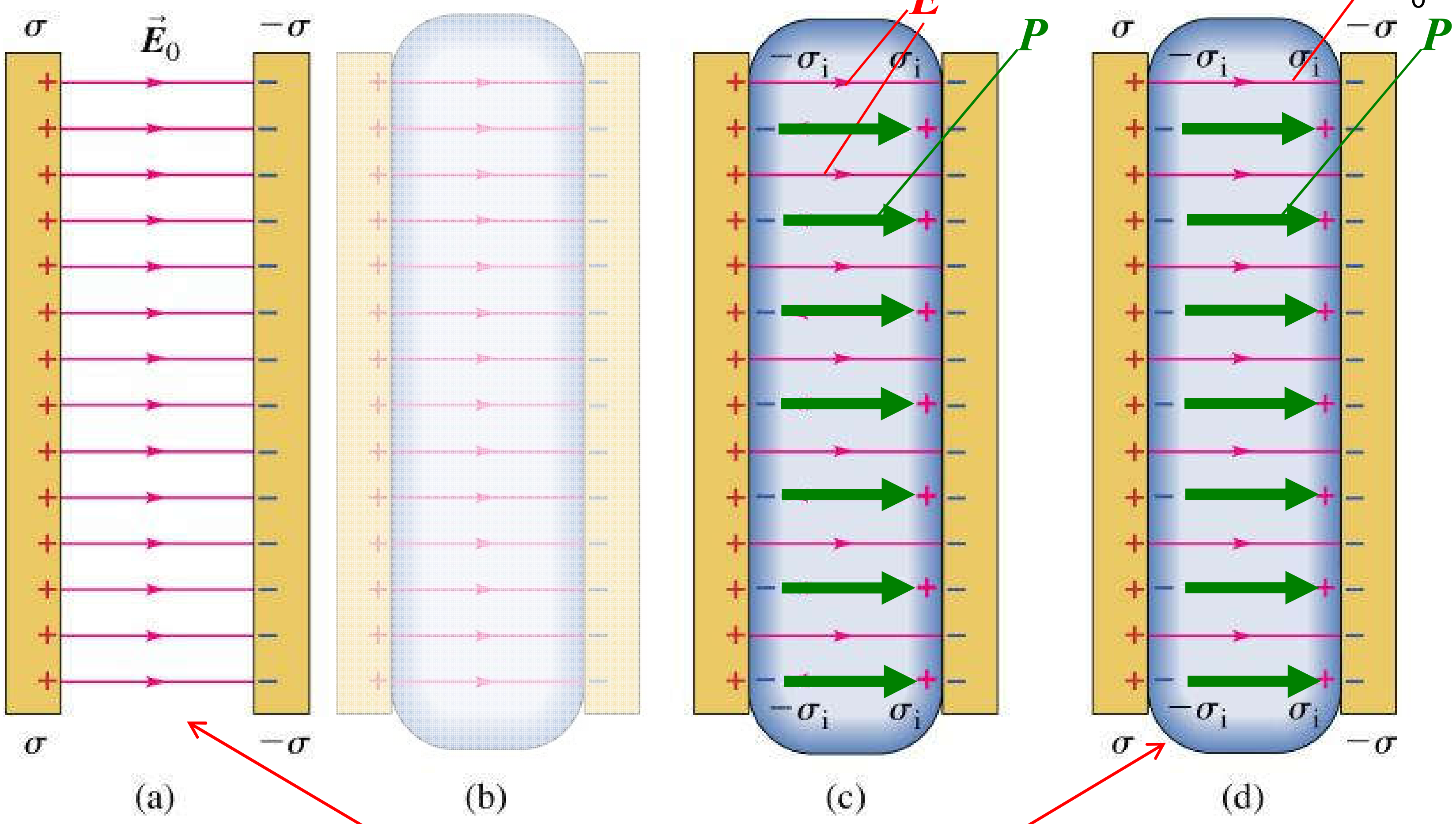
$\boldsymbol{P} = \chi_e \cdot \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$

$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E}_0$

$\boldsymbol{P} = \chi_e \cdot \varepsilon_0 \boldsymbol{E} \quad (1)$

$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} \quad (2)$

Resulterende $\boldsymbol{E}$ mindre enn $\boldsymbol{E}_0$



$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}$ er uendra. Men $\boldsymbol{P}$ «spiser opp» noe av $\boldsymbol{E}$

relativ permittivitet ε_r

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$$
$$\boldsymbol{P} = \chi_e \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$$

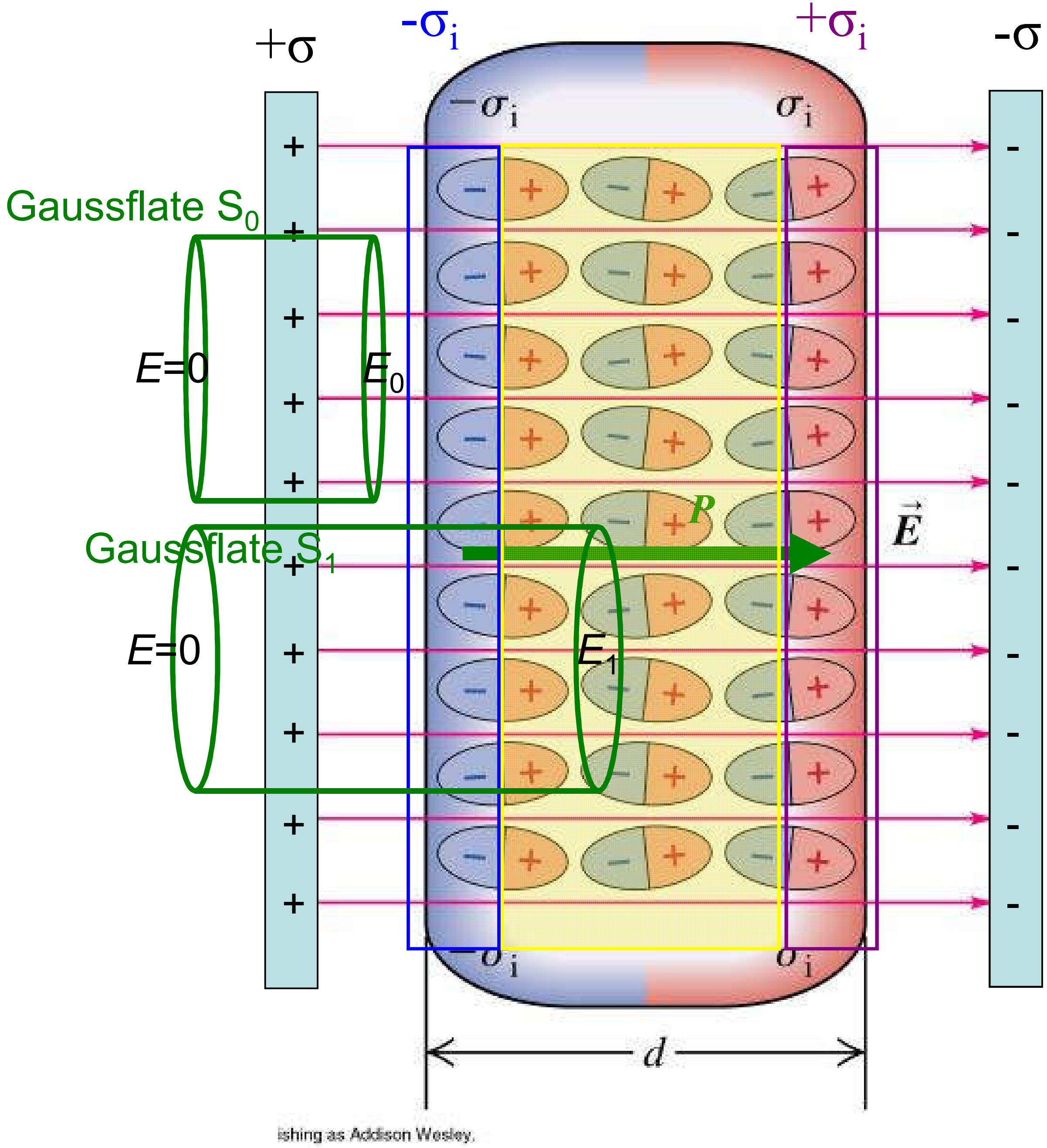
Table 24.1 Values of (Dielectric Constant K) at 20°C

Material	~~K~~ ε_r	$\chi_e = \varepsilon_r - 1$	Material	~~K~~ ε_r	$\chi_e = \varepsilon_r$
Vacuum	1	0	Polyvinyl chloride	3.18	2.18
Air (1 atm)	1.00059	0.00059	Plexiglas	3.40	1.40
Air (100 atm)	1.0548	0.0548	Glass	5–10	4-9
Teflon	2.1	1.1	Neoprene	6.70	5.7
Polyethylene	2.25	1.25	Germanium	16	15
Benzene	2.28	1.28	Glycerin	42.5	41.5
Mica	3–6	2-5	Water	80.4	79.4
Mylar	3.1	2.1	Strontium titanate	310	309

Table 24.2 ~~Dielectric Constant~~ Relative permittivity and Dielectric Strength of Some Insulating Materials

Material	Constant, ~~K~~ ε_r	E_m (V/m)
Polycarbonate	2.8	3×10^7
Polyester	3.3	6×10^7
Polypropylene	2.2	7×10^7
Polystyrene	2.6	2×10^7
Pyrex glass	4.7	1×10^7

Luft: $0{,}3 \times 10^7$



+σ
-σ_i
+σ_i
-σ
Gaussflate S0
E=0
E0
Gaussflate S1
E=0
E1
P
E
d
ishing as Addison Wesley.

Gauss' lov:

- Gauss' lov for **fri ladning Q**: $\oint \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = Q$ (12)

  eller $\oint \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = Q / \varepsilon$

Mest praktiske

- Gauss' lov for **indusert ladning Q_i**: $\oint \vec{P} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = -Q_i$ (11)

- Gauss' lov for **totalladning Q_{tot}**: $\oint \epsilon_0 \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = Q_{tot}$ (10)

  $Q_{tot} = Q + Q_i$

- I alle tidligere formler kan
  $\varepsilon_0 \boldsymbol{E}$ erstattes av $\varepsilon_r \varepsilon_0 \boldsymbol{E} = \varepsilon \boldsymbol{E} = \boldsymbol{D}$ og la Q = fri ladning

Eks.: Gauss' lov (ovenfor)

Eks.: Coulombs lov: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2} \cdot \hat{r} \rightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2} \cdot \hat{r}$

$$\Leftrightarrow \vec{D} = \frac{1}{4\pi} \frac{Q}{r^2} \cdot \hat{r}$$

Kap. 24. Dielektrika og polarisering. Oppsummering så langt

- **Dielektriske materialer:**
- Elektrisk polarisering = dipoltetthet: $\boldsymbol{P} = \chi_e \cdot \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$
  - der χ_e er elektrisk susceptibilitet.
  - Relativ permittivitet $\varepsilon_\mathrm{r} = \chi_\mathrm{e} + 1$ (dielektrisitetskonstant)
- Elektrisk flukstetthetsvektor: $\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} = \varepsilon_\mathrm{r}\, \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$
  (forskyvningsvektor)

- $\boldsymbol{D}$ og $\boldsymbol{P}$ ikke presentert i Y&F. Kort sammenfatta i Notat 1

Øving 7 sentral!

Eks. 8 Parallellplatekondensator uten og med dielektrikum

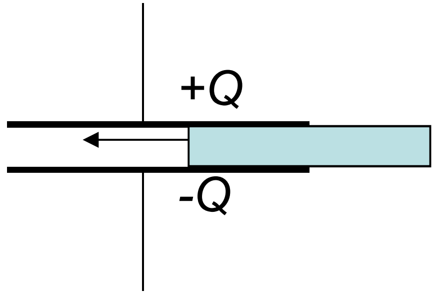
A. Frakopla batteri:

Konstant: $\sigma = D = Q/A$

Avtar: $V_1 = V_0/\varepsilon_r$

Øker: $C_1 = Q/V_1 = \varepsilon_r C_0 = \varepsilon_r \varepsilon_0 A/d$

Energi: $U_1 = ½\, QV_1$ avtar



B. Tilkopla batteri:

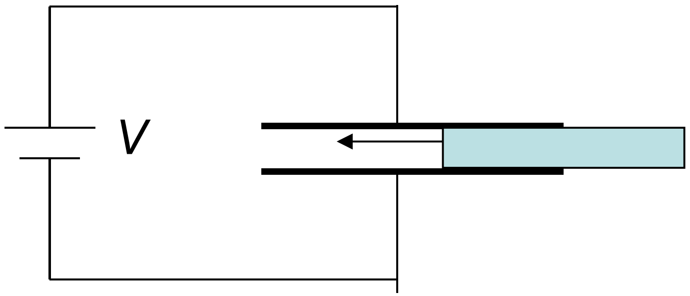
Konstant: $V_1 = V_0$

Øker: $\sigma_1 = D_1 = Q_1/A = \varepsilon_r D_0$

Øker: $C_1 = Q/V_1 = \varepsilon_r C_0 = \varepsilon_r \varepsilon_0 A/d$

Energi: $U_1 = ½\, QV_1$ øker

(tilføres fra batteriet)



Gauss' lov

Kap. 22

Kap. 24

- Integralform: $$\Phi_E = \oiint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \frac{1}{\varepsilon_0} q$$

$$\Phi = \oiint \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = q$$

= elektrisk fluks

- Differensialform: $$\mathrm{div}\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho$$

$$\mathrm{div}\vec{D} = \rho$$

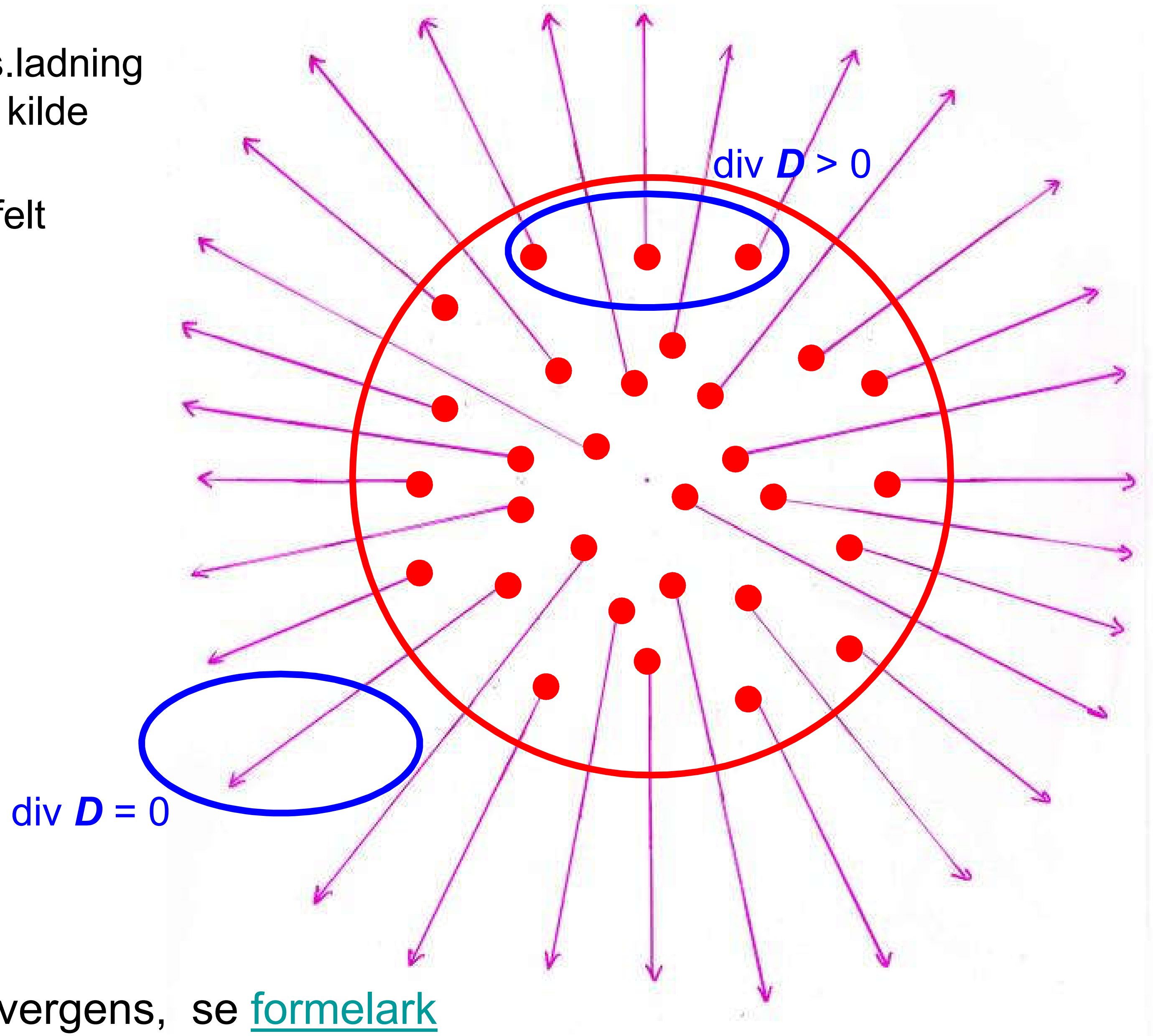
$$\mathrm{div}\vec{D} = \quad \text{divergensen til } \vec{D}$$

$$\mathrm{div}\vec{D} = \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = [\partial/\partial x,\ \partial/\partial y,\ \partial/\partial z] \cdot \vec{D}$$

divergens = kilde

● = pos.ladning
= kilde

↖ = E-felt



Uttrykk divergens, se formelark

Kap. 24: Oppsummering 1
Kondensatorer og kapasitans

- Kondensatorer = to ledere som kan ta opp ladning
- Kapasitans: $C = Q/V$ (farad)
- Enkeltkulekondensator: $C = 4\pi\varepsilon_0 R$ (Eks. 1)
- Parallellplatekondensator: $C = \varepsilon_0 A/d$ (Eks. 2)
- Kule(skall)kondensator: $C = 4\pi\varepsilon_0 r_a r_b (r_b - r_a)$ (Eks. 3)
- Sylinderkondensator (koakskabel): $C' = 2\pi\varepsilon_0 / \ln r_b/r_a$ (Eks. 4)

- Parallellkopling: $C = C_1 + C_2$ Seriekopling: $1/C = 1/C_1 + 1/C_2$

- Energi ved ladning og potensial: $U = ½ \int V \, \mathrm{d}q$

- Energi ved elektrisk felt: $u = ½ \varepsilon_0 E^2$ dvs. $U = ½ \varepsilon_0 \int E^2 \, \mathrm{d}\tau$
  - For kondensator gir dette: $U = ½ VQ = ½ CV^2 = ½ Q^2/C$

Kap. 24: Oppsummering 2
Dielektrika og polarisering.

Mer utfyllende i Notat1: Dielektriske materialer.

- **Dielektriske materialer:**
- Elektrisk polarisering = dipoltetthet: $\boldsymbol{P} = \chi_e \cdot \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$
  - der χ_e er elektrisk susceptibilitet.
  - Relativ permittivitet $\varepsilon_r = \chi_e + 1$ (dielektrisitetskonstant)
- Elektrisk flukstetthetsvektor: $\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$ (forskyvningsvektor)
- Elektrisk fluks: $\Phi = \iint \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{A}$
- Gauss' lov for fri ladning $Q = Q_{tot} - Q_i$:

$$\oint \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = Q \quad \text{eller} \quad \oint \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = Q / \varepsilon$$

- Gauss' lov for indusert ladning Q_i : $\oint \vec{P} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = -Q_i$
- Gauss' lov for totalladning Q_{tot} : $\oint \epsilon_0 \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = Q_{tot}$
- I alle tidligere formler kan $\varepsilon_0 \boldsymbol{E}$ erstattes av $\varepsilon_r \varepsilon_0 \boldsymbol{E} = \varepsilon \boldsymbol{E} = \boldsymbol{D}$ med Q = fri ladning
- Kondensator med dielektrikum: Alle ε_0 erstattes av $\varepsilon_r \varepsilon_0$

Uttrykk kapasitans

$$C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \underbrace{\text{(geometrifaktor)}}_{\text{enhet: meter}}$$

- Koaksialkondensator: $C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \dfrac{2\pi}{\ln r_b / r_a} l$
- Parallellplatekondensator: $C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \dfrac{A}{d}$
- Kulekondensator: $C = \varepsilon_r \varepsilon_0 4\pi \dfrac{r_b r_a}{r_b - r_a}$

$$\rightarrow \quad \varepsilon_r \varepsilon_0 4\pi r_a \quad \text{når } r_b \rightarrow \infty$$

Dielektrika i kondensatorer:

1. Kapasitansen øker med faktor ε_r.

2. Overslag (”breakdown”, «dielectric strength») ved høyere grense. Høyere max spenning!

Table 24.2 Dielectric Constant and Dielectric Strength of Some Insulating Materials

Material	Constant, ~~K~~ ε_r	Dielectric strength E_m (V/m)
Polycarbonate	2.8	3×10^7
Polyester	3.3	6×10^7
Polypropylene	2.2	7×10^7
Polystyrene	2.6	2×10^7
Pyrex glass	4.7	1×10^7
Luft:		3×10^6

Spesielle dielektrika.

(ikke pensum)

- Piezoelektriske materialer:

  Mekanisk strekk eller trykk → polarisasjon ***P***

  (eller motsatt:) ***E***-felt → ***P***-felt → deformasjon

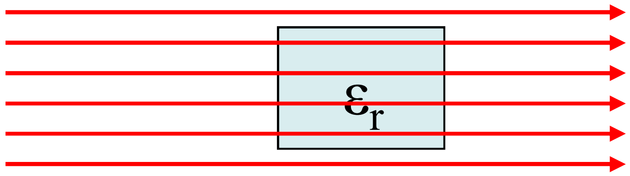
  Bruk: Kvartskrystaller, mikrofoner, pickup (platespillere ”vinyl”)

- Ferroelektriske materialer (dipol-electrets):

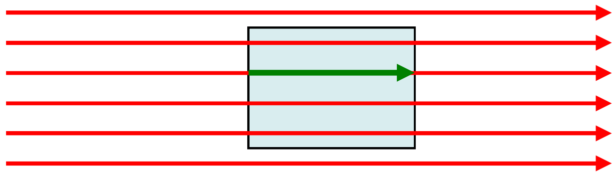
  Materialer med permanent polarisasjon ***P***

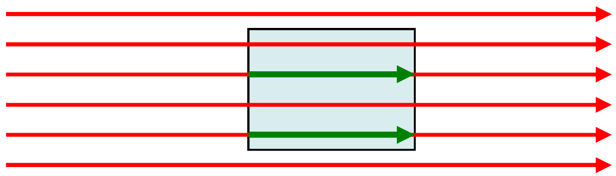
  (tilsvarer permanente magneter)

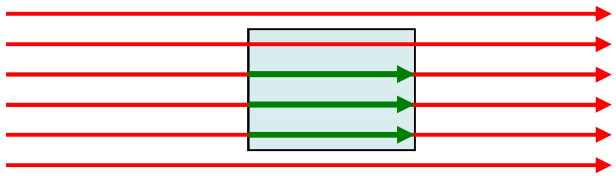
Skjematisk om ***E, P*** og ***D:*** Dielektrisk materiale i homogent ***E***-felt

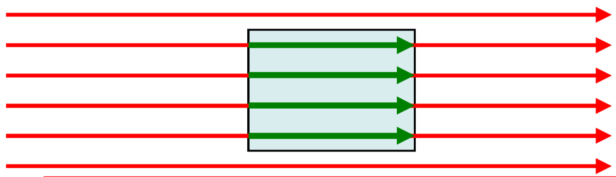


$$\boldsymbol{P} = \chi_e \, \varepsilon_0 \, \boldsymbol{E}$$









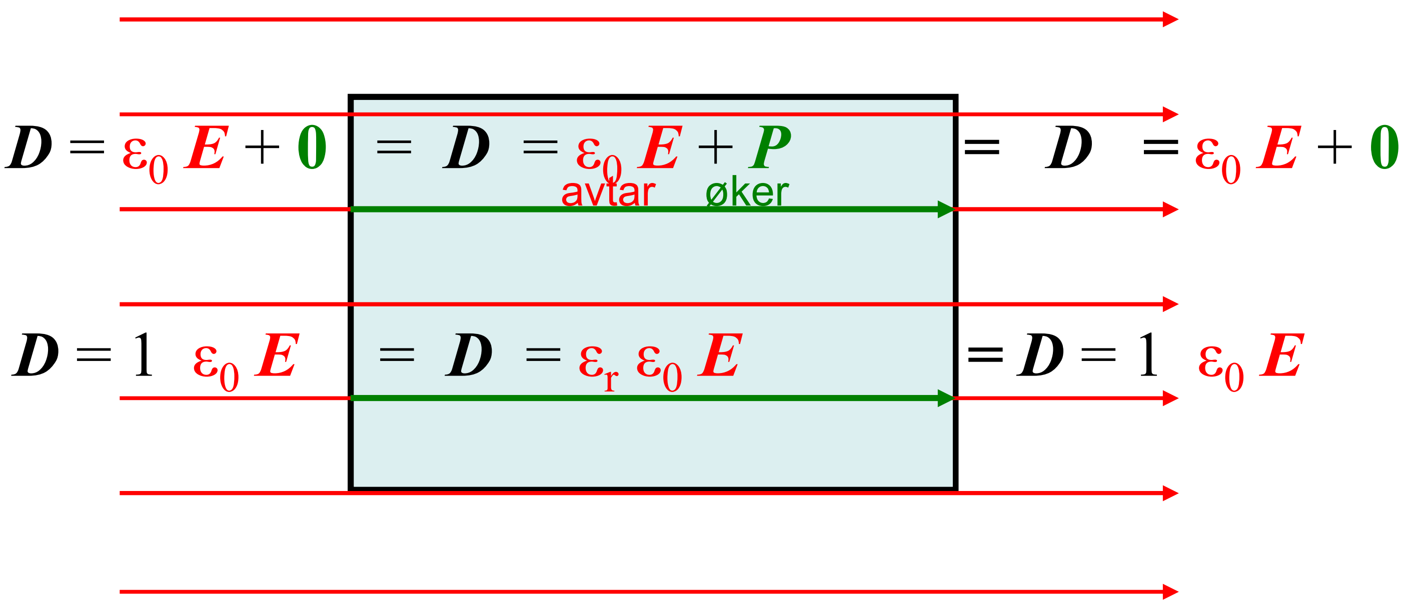
χ_e	$\varepsilon_r = \chi_e + 1$
1/3	4/3
1	2
3	4
∞	∞

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \, \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}$$

endres ikke (ingen frie ladn. i dielektriet)

(# flukslinjer ***P***) = χ_e (# flukslinjer ε_0***E***)

Skjematisk om ***E, P*** og ***D:*** Dielektrisk materiale i homogent ***E***-felt



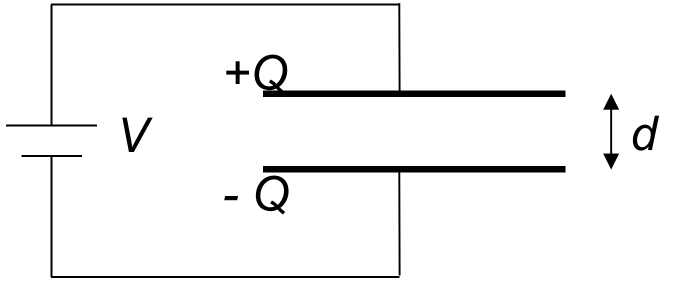
$$P = \chi_e \; \varepsilon_0 E$$

der ***E*** er inni dielektriket, ikke ytre

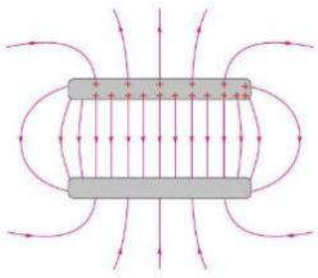
Øking av avstand *d* i platekondensator:

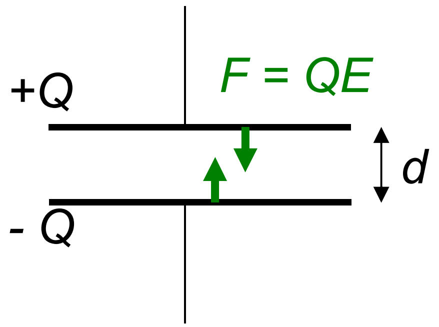
=> $C = \varepsilon_0 A/d$ avtar

1. Tilkopla batteri:
   - ***V* konstant**
   - $Q = CV$ avtar
   - E avtar
   - $U = ½\,QV$ avtar
     (gis til batteriet)



2. Frakopla batteri:
   - ***Q* konstant**
   - $V = Q/C$ øker
   - E konstant
   - $U = ½\,QV$ øker
     (tilføres fra ytre kraft)

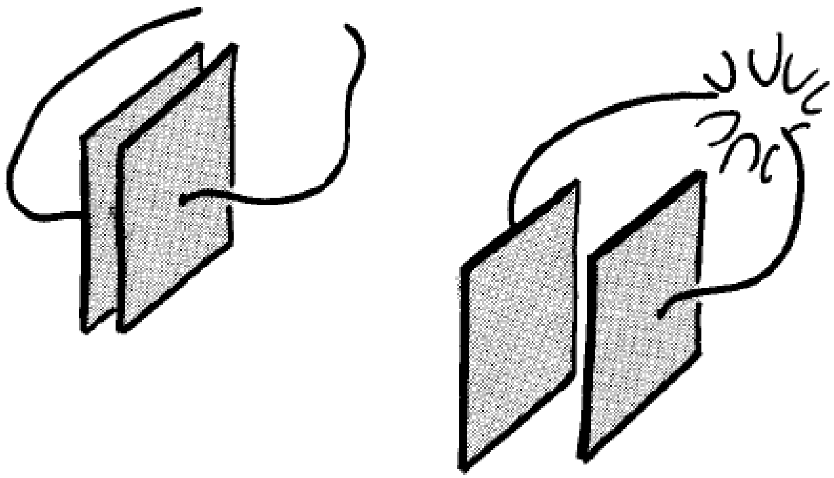




Beregning fra arbeid: $\Delta U = F\,\Delta d = QE\,\Delta d$

ENERGY IN A CAPACITOR

Consider a simple capacitor made of a pair of conducting plates in close proximity. Suppose the plates are appropriately charged + and − and then discharged to produce a spark. Next, the plates are charged again exactly as they previously were, only this time after being charged they are pulled farther apart. If they are then shorted out a second time, the spark produced will be



a) bigger (liberate more energy) than the first spark
b) smaller than the first spark
c) the same size as the first spark

Flervalgsoppgaver

fra «Thinking physics»:

http://home.phys.ntnu.no/brukdef/undervisning/tfy4155/diverse/thinkingphysics/

Svar: **a)**

Konstant ladning Q

Lavere kapasitans $C = \varepsilon_0 A/d$

=> Høyere spenning $V = Q/C$

=> Mer energi $U = ½ QV$!

eller:

Konstant ladning Q

=> Konstant felt $E = \sigma/\varepsilon_0$

=> Konstant energitetthet $u = ½ \varepsilon_0 E^2$

=> $U = u \cdot$(volum) øker !

$V = E \cdot d$ øker også

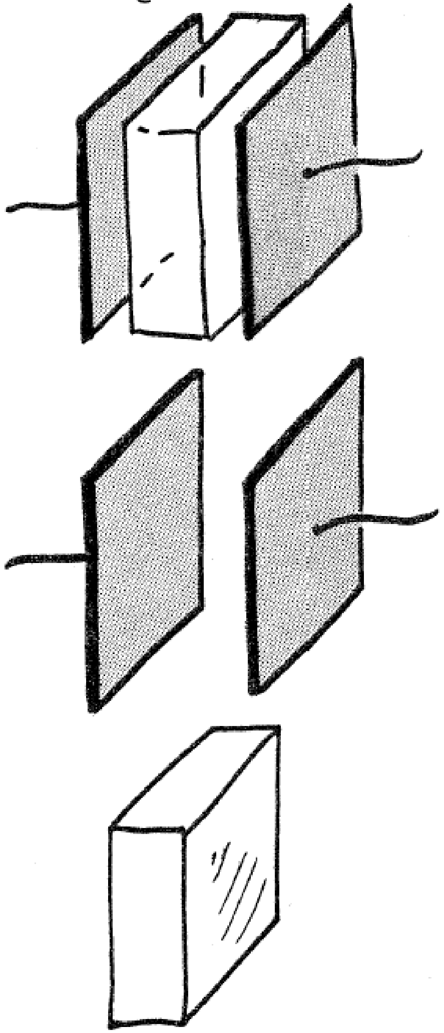
GLASS CAPACITORS

If a glass capacitor is charged, but the glass between the plates is removed before it is discharged, the spark will be

a) bigger than it would have been if the glass were left in at discharge

b) smaller than it would have been if the glass were left in at discharge

c) the same as it would have been if the glass were left in at discharge



Svar: **a)**

Konstant ladning Q

Lavere ε_r

=>Lavere kapasitans $C = \varepsilon_r \, \varepsilon_0 \, A/d$

=> Høyere spenning $V = Q/C$

=> Mer energi $U = \frac{1}{2} QV$!

eller:

Konstant ladning Q

Lavere ε_r

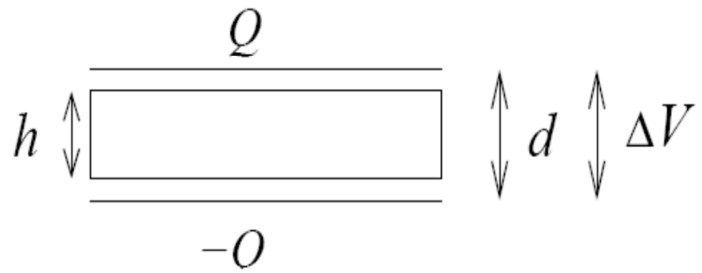
=> Økende felt $E = \sigma/\varepsilon_r \, \varepsilon_0$

=> Økende energitetthet $u = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$

$V = E \cdot d$ øker også

- Noen av Støvnengs flervalgsoppgaver

14) En parallellplatekondensator består av to parallelle metallplater i innbyrdes avstand d. De to metallplatene har ladning henholdsvis Q og $-Q$. En metallskive med tykkelse $h = 2d/3$ settes inn midt mellom platene. Da blir potensialforskjellen mellom kondensatorplatene



A ni ganger større.

B tre ganger større.

C tre ganger mindre.

D ni ganger mindre.

E uendret.