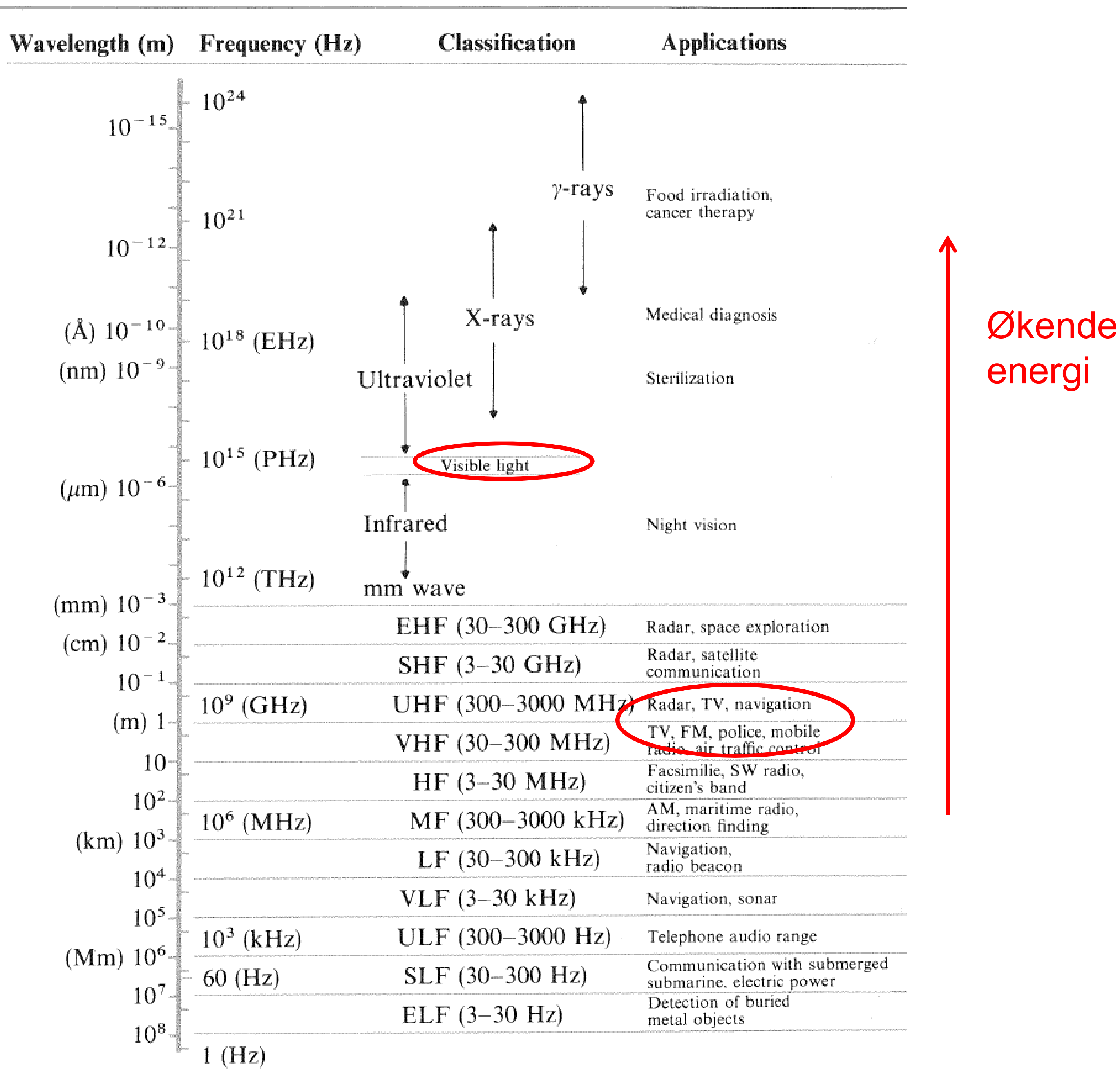
Kap. 32: Elektromagnetiske bølger

- 32.1 Maxwells likninger differensialform. Notat 4
  Emb-spekteret
- 32.2 Bølgelikninga, matematisk utledning fra
  Maxwells diff.likninger
  Y&F: ”Visuell utledning” fra Maxwells integrallikninger
- 32.3 Harmoniske bølger. Polarisering
- 32.4 Energi, effekt, bev.mengde.
  Poyntingvektoren
- «Forelesningsnotater» i Notat 7.

(32.5 Stående bølger ikke pensum)

Spectrum of electromagnetic waves.



Maxwells likninger.

James Clerk Maxwell (1831-1879), skotsk fysiker.
(Aberdeen, London og Cambridge)
Blant de største vitenskapsmenn ved siden av Newton og Einstein.

$$\oint \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = 0$$

$$\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \Phi_E}{\partial t}$$

$$\oint \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t}$$

Integral-form:

$$\oint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = \cancel{\frac{Q}{\epsilon_0}} \qquad \text{(Gauss' lov for } \vec{E}\text{)}$$

Ladningsfritt

$$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = 0 \qquad \text{(Gauss' lov for } \vec{B}\text{)}$$

Strømfritt

$$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \cancel{\mu_0 I} + \mu_0\epsilon_0 \frac{\partial \Phi_E}{\partial t} \qquad \text{(Amperes lov)}$$

$$\oint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} \qquad \text{(Faradays lov).}$$

Differen-sial-form:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \cancel{\frac{\rho}{\epsilon_0}}$$

Ladningsfritt

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$$

Strømfritt

$$\vec{\nabla}\times\vec{B} = \cancel{\mu_0 \vec{J}} + \mu_0\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\,.$$

Maxwells likninger

(ladningsfritt og strømfritt rom)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu\epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} . \quad (4)$$

.. gir bølgelikningene

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial^2 t} \quad (5)$$

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial^2 t} \quad (6)$$

Bølgefart: $c = \sqrt{\frac{1}{\mu\varepsilon}}$

-- i vakuum:

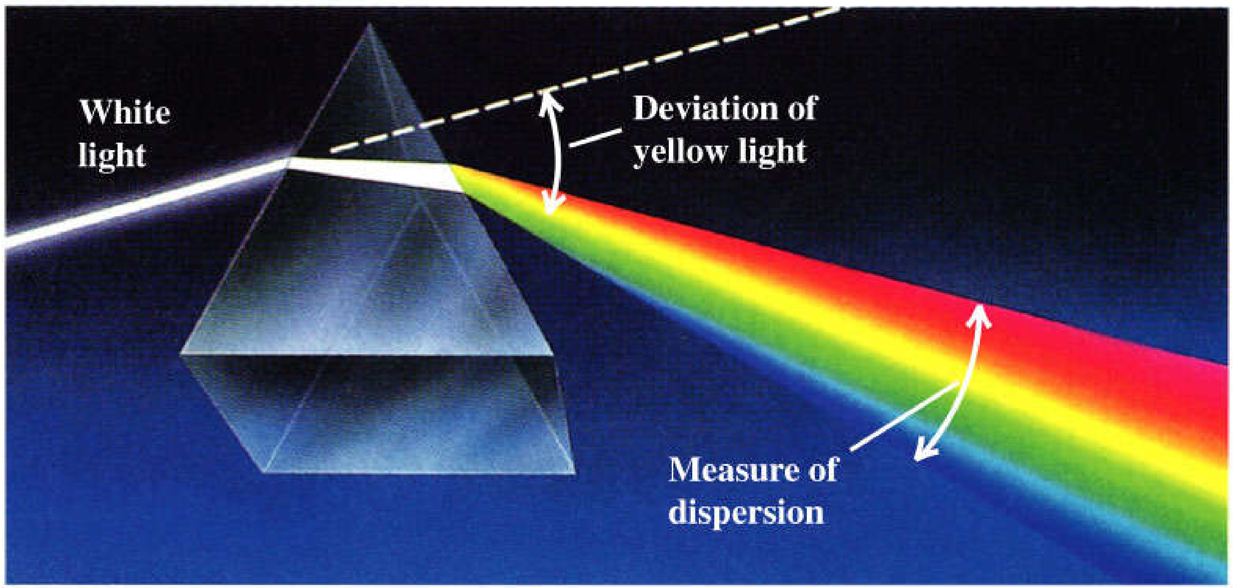
$$c_0 = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0}} = 299\,792\,458 \text{ m/s} \approx 300 \text{ Mm/s}$$

-- i dielektrikum:

$$c = c_0 \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \varepsilon_\mathrm{r} \varepsilon_0}} = c_0 \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\mathrm{r}}} < c_0$$

Relativ permittivitet ε_r , brytningsindeks $n = c_0/c$ og lysfart c/c_0 i vann ved 20 °C:

$f\,/10^{14}$Hz	λ / nm	Farge	ε_r	$n = \sqrt{\varepsilon_r}$	$c/c_0 = 1/n$
0	∞	(statisk ***E***)	83	-	-
4,24	707	Rød	1,7708	1,3307	0,7515
7,41	405	Fiolett	1,7924	1,3388	0,7469



Laplaceoperatoren

Rottmann gir kun Laplaceoperatoren for skalar:

$$\Delta\psi = \nabla^2\psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2\psi}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2\psi}{\partial^2 z}$$

Laplace på vektor::

$$\nabla^2\vec{E} = \left[\nabla^2 E_x, \nabla^2 E_y,\ \nabla^2 E_z\right]$$

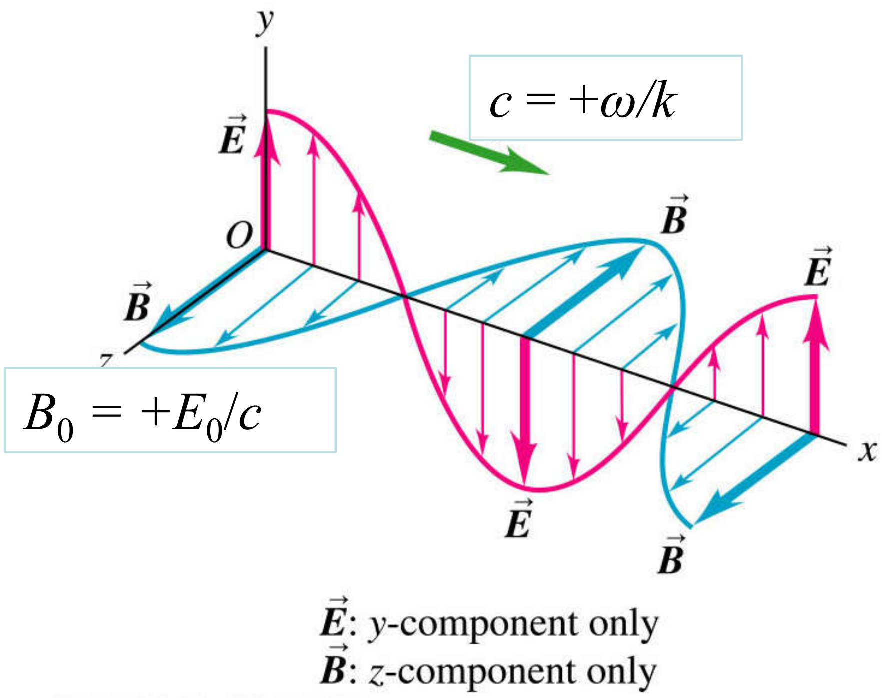
$$= \left[\frac{\partial^2 E_x}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial^2 z},\ \frac{\partial^2 E_y}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial^2 z},\ \frac{\partial^2 E_z}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial^2 z}\right]$$

Med kun *x*-avhengighet (bølge i *x*-retning):

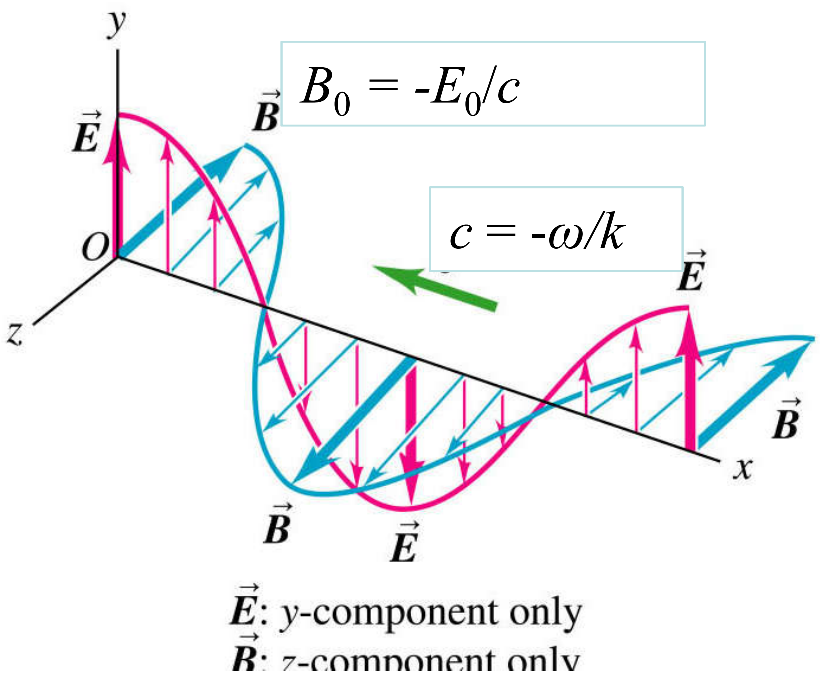
$$\nabla^2\vec{E} = \left[\frac{\partial^2 E_x}{\partial^2 x},\ \frac{\partial^2 E_y}{\partial^2 x},\ \frac{\partial^2 E_z}{\partial^2 x}\right] = \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial^2 x}$$

E_y-bølge i positiv x-retning:

$$\boldsymbol{E}(x,t) = E_0 \boldsymbol{j} \cos(kx - \omega t)$$



$B_0 = \pm E_0/c$
gir at **E** X **B**
peker i forplantingsretningen



E_y-bølge i negativ x-retning:

$$\boldsymbol{E}(x,t) = E_0 \boldsymbol{j} \cos(kx + \omega t)$$

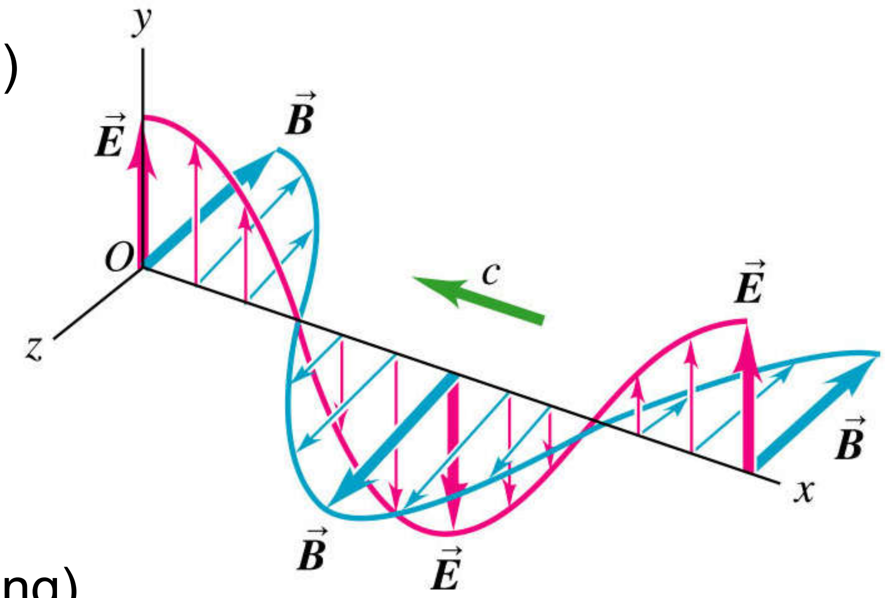
Ulike planpolariseringer (eks: bølger i x-retning)

Planpolarisert vertikalt (***E*** i y-retning)

$\boldsymbol{E} = E_y(x,t)\,\boldsymbol{j} = E_0\,\boldsymbol{j}\cos(kx + \omega t)$

$\boldsymbol{B} = B_z(x,t)\,\boldsymbol{k} = B_0\,\boldsymbol{k}\cos(kx + \omega t)$

$E_0 = -cB_0$

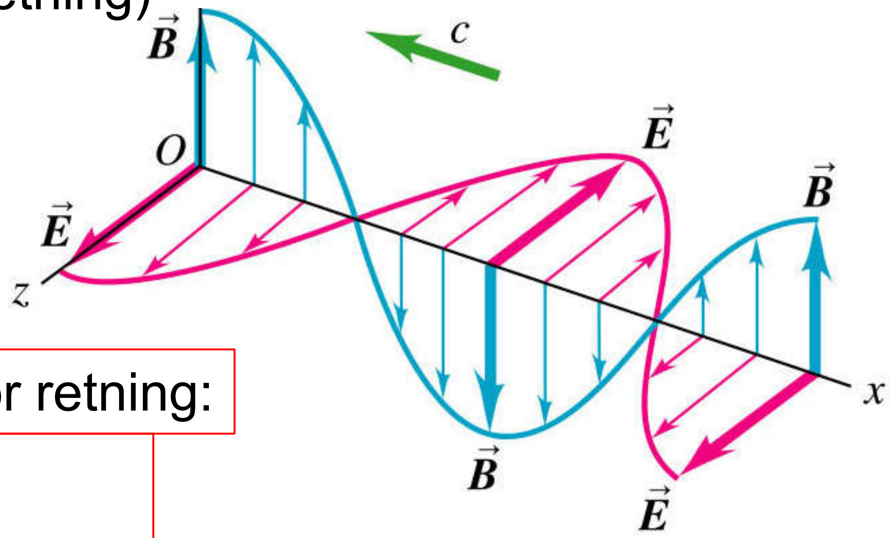


Planpolarisert horisontalt (***E*** i z-retning)

$\boldsymbol{E} = E_z(x,t)\,\boldsymbol{k} = E_0\,\boldsymbol{k}\cos(kx + \omega t)$

$\boldsymbol{B} = B_y(x,t)\,\boldsymbol{j} = B_0\,\boldsymbol{j}\cos(kx + \omega t)$

$E_0 = cB_0$



Bruk $|E_0| = c\,|B_0|$ og følgende for retning:

E X ***B***

peker i forplantingsretningen

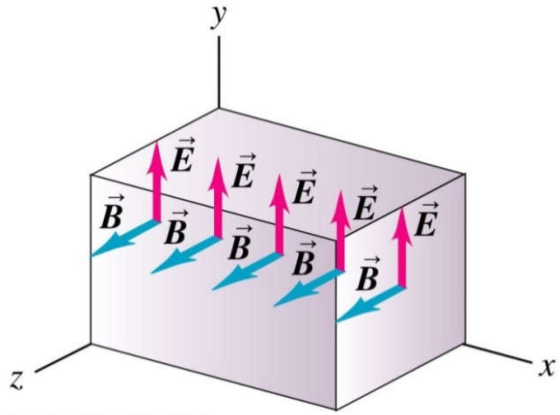
Utledning i Young & Freedman:

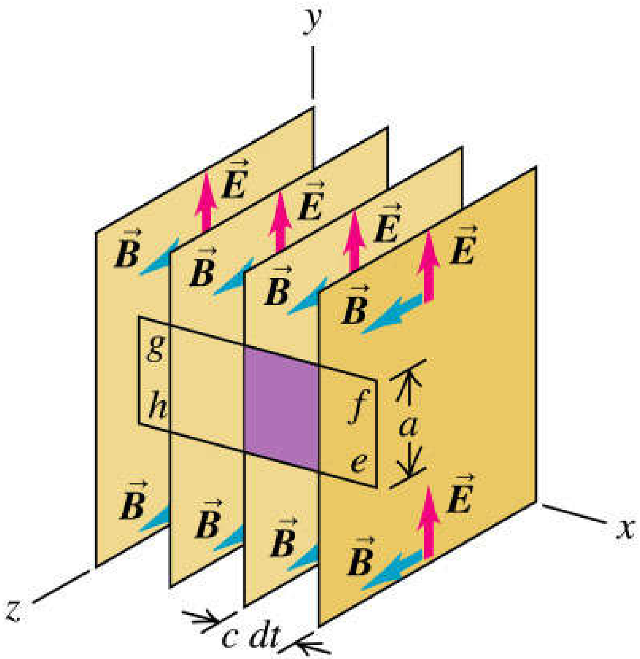
Faradays lov:

Integrasjonsveg *efghe*: $\int \mathbf{E}\, d\mathbf{s} = -d\Phi_B/dt$

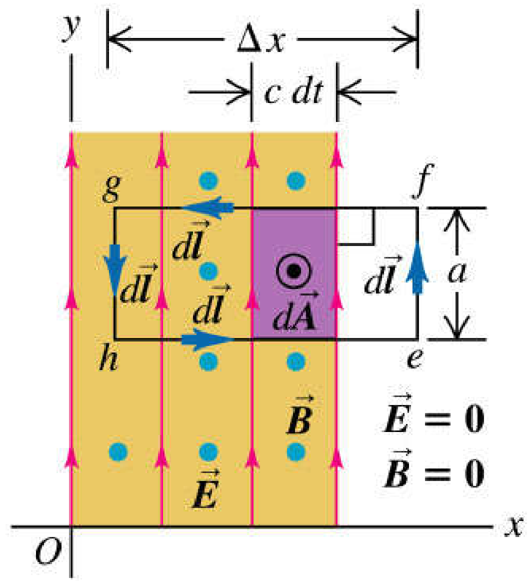
Endring i Φ_B pga. fiolett felt: $-E\,a = -B\,a\ (c\,dt)/dt$

$$E = Bc$$





(a) In time dt, the wave front moves a distance $c\,dt$ in the $+x$-direction



(b) Side view of situation in (a)

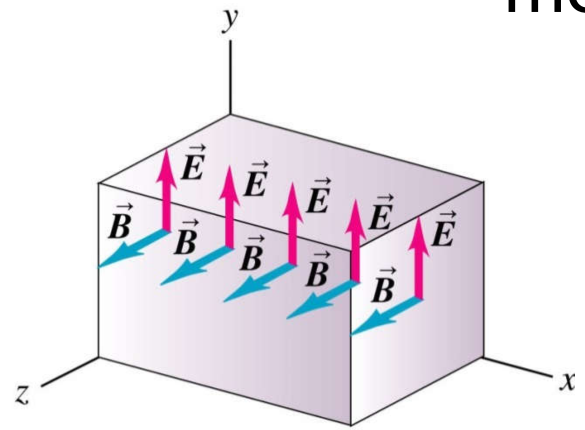
Utledning i Young & Freedman:

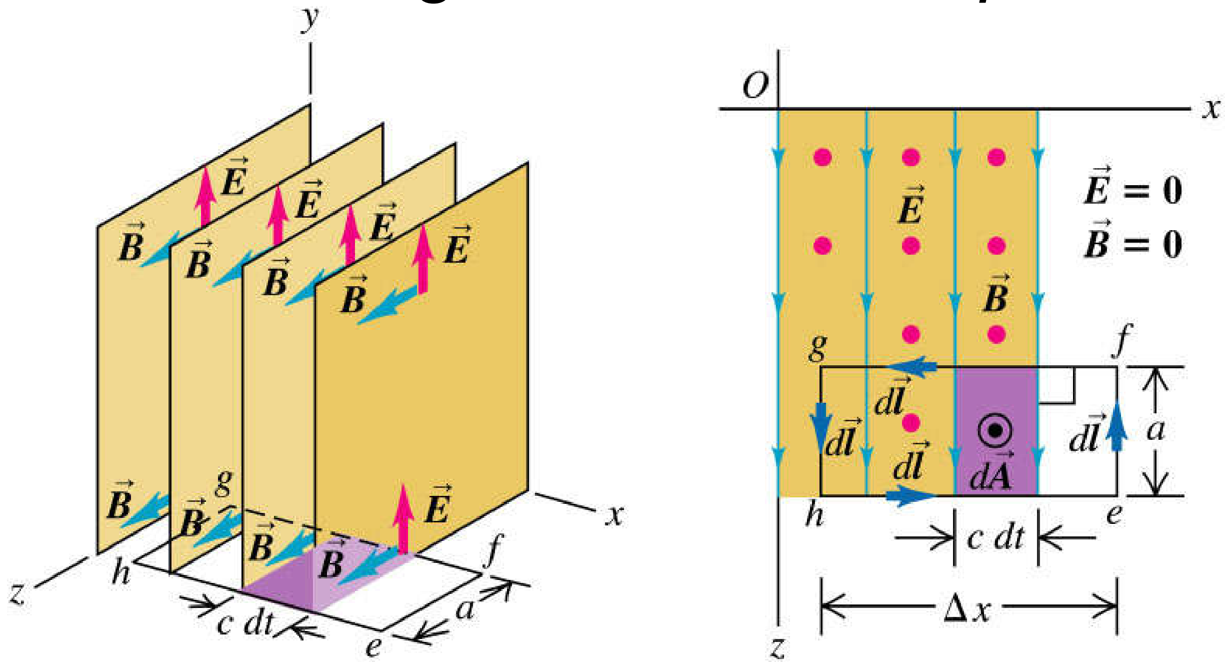
Amperes lov:

Integrasjonsveg *efghe*: $\int \mathbf{B}\, d\mathbf{s} = \mu\varepsilon\, d\Phi_E/dt$

Endring i Φ_E pga. fiolett felt: $B\, a = \mu\varepsilon\, E\, a\ \ (c\, dt)/dt$

med $E = Bc$ gir dette $c^2 = 1/\mu\varepsilon$



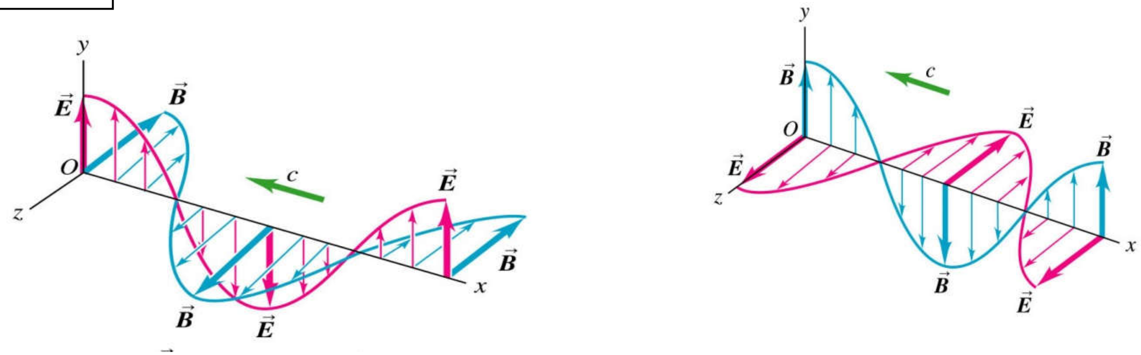


(a) In time *dt*, the wave front moves a distance *c dt* in the +*x*-direction

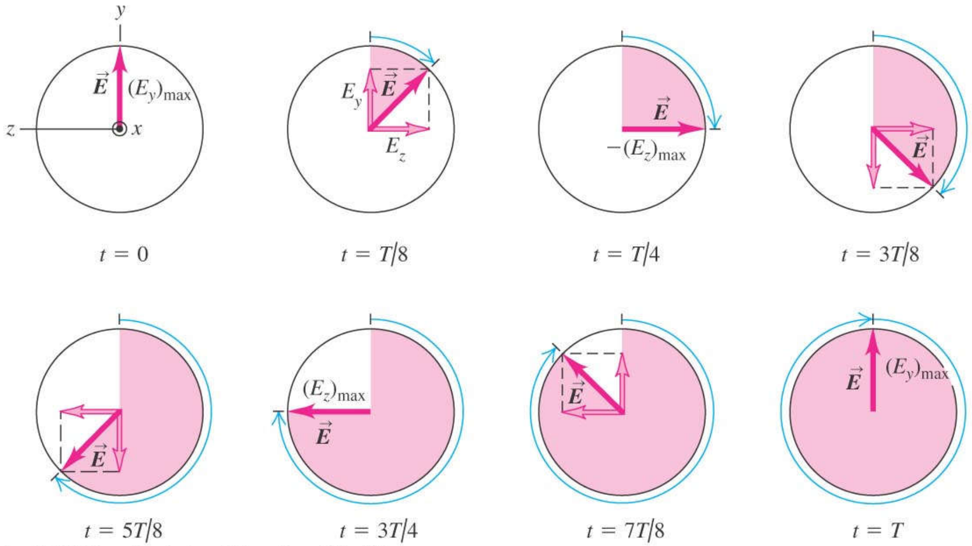
(b) Top view of situation in (a)

Ulike polariseringer

Planpolarisert:
vertikal $E_y(x,t)$ eller
horisontal $E_z(x,t)$



Sirkulærpolarisert:
E roterer, dvs:
$|E_y(x,t)| = |E_z(x,t)|$
men 90^0 ute av fase.
B roterer,
retning 90^0 med ***E***.



Circular polarization: The $\vec{E}$ vector of the wave has constant magnitude and rotates in a circle.

Upolarisert:
Ingen ordning (like mye $E_y(x,t)$ som $E_z(x,t)$)

Elektromagnetiske bølger

Energitetthet (J/m³): $u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2}\mu_0 H^2 = \varepsilon_0 E^2$

tidsmiddel $\langle u \rangle = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2$

Poyntingvektoren = intensitet (W/m²):

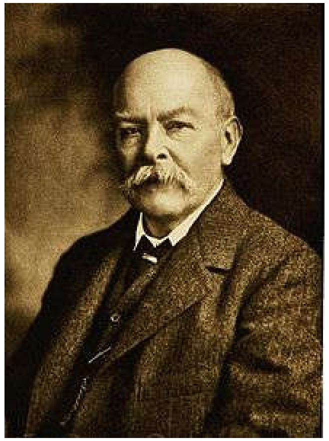
$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$

$S = |\mathbf{S}| = E\ H = c\,u$

tidsmiddel: $\langle S \rangle = c \langle u \rangle$

Poyntingvektoren $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ peker i forplantingsretningen

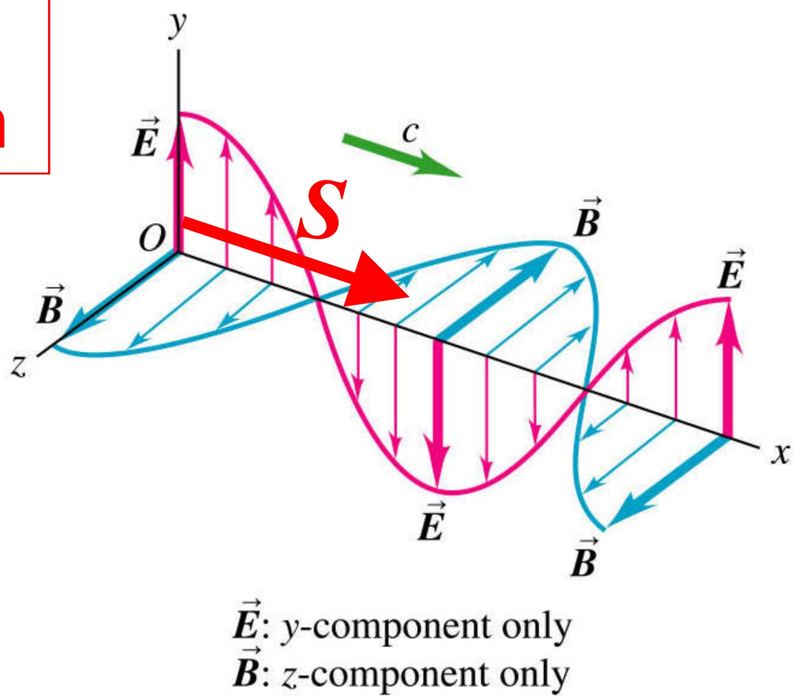
John Henry Poynting, britisk fysiker 1852-1914.



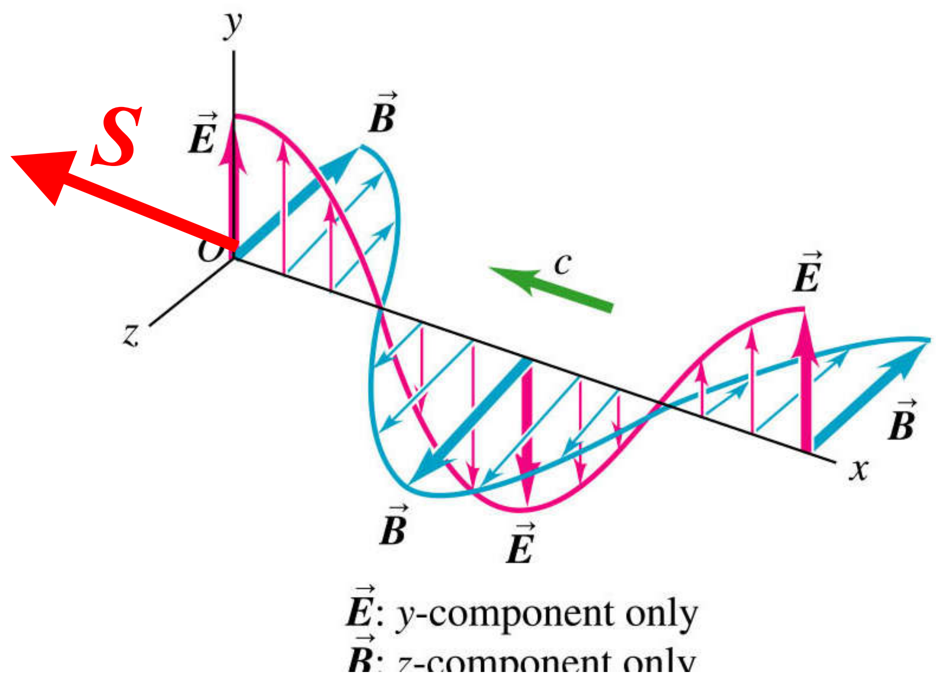
$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}$

peker i forplantingsretningen

Emb. i positiv *x*-retning:



Emb. i negativ *x*-retning:



Elektromagnetiske bølger

Bevegelsesmengde (fotoner, $m_0=0$, $v=c$) (kg m/s^2):

$p = \langle U\rangle/c$

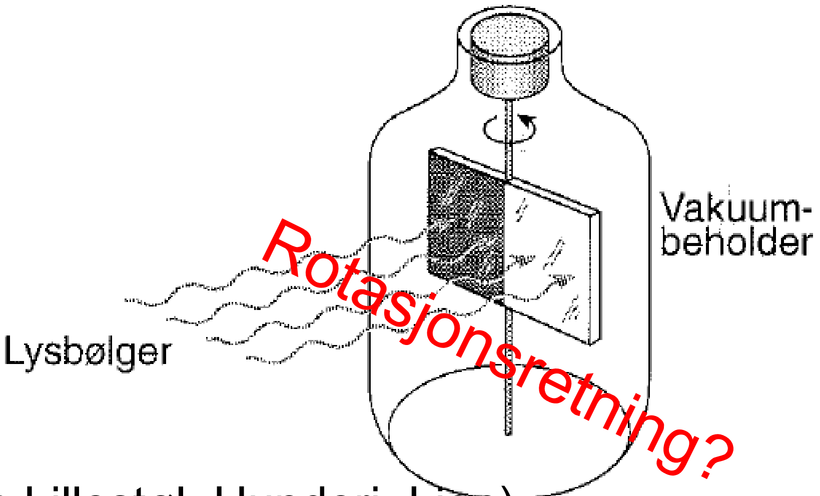
per volum: $p' = \langle S\rangle/c^2$

Strålingstrykk (N/m^2):

$p_{rad} = p'c = \langle S\rangle/c = \langle u\rangle$ svart overflate

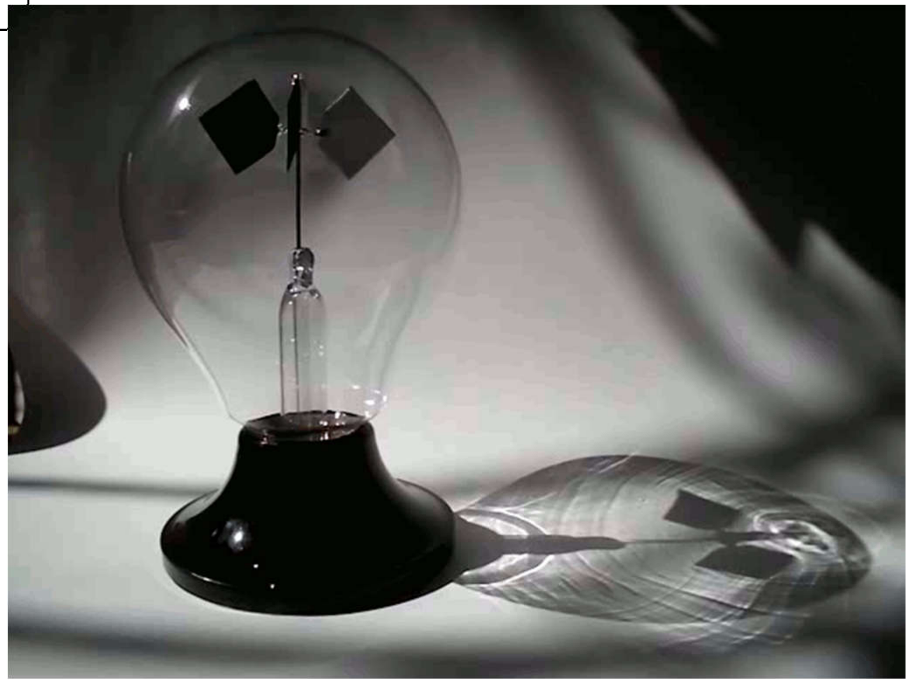
$p_{rad} = 2p'c = 2\langle S\rangle/c = 2\langle u\rangle$ blank overflate

Crookes' radiometer



(fra Lillestøl, Hunderi, Lien)

Figur 28.8 Roterende speil i vakuumbeholder. Den ene halvparten av speilet reflekterer det innfallende lyset, og den andre absorberer det.



Drevet av termodynamikk (varm svart flate),
ikke stråletrykk. Optimalt lufttrykk 10^{-5} atm.

http://en.wikipedia.org/wiki/Crookes_radiometer
https://www.youtube.com/watch?v=r7NEI_C9Yh0

Kap. 32. Oppsummering 1. Elektromagnetiske bølger

- **Elektromagnetisk bølge, eks.:** $E_y(x,t) = E_0 \cos(kx \pm \omega t)$
  og $B_z(x,t) = B_0 \cos(kx \pm \omega t)$
- **Bølgelikning:** $\partial^2\boldsymbol{E}/\partial x^2 = 1/c^2\ \partial^2\boldsymbol{E}/\partial t^2$ og $\partial^2\boldsymbol{B}/\partial x^2 = 1/c^2\ \partial^2\boldsymbol{B}/\partial t^2$.
- Sammenheng $\boldsymbol{E}$ og $\boldsymbol{B}$: $|E_0| = c\,|B_0|$. Bølgeretning som $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}$
- Bølgefart vakuum: $\omega/k = f\lambda = c_0 = (\mu_0\,\varepsilon_0)^{-1/2} \approx 300$ Mm/s.
- Bølgefart dielektrikum: $c = (\mu_0\varepsilon)^{-1/2} = c_0\ (\varepsilon_r)^{-1/2} < c_0$.
- Permittiviteten ε_r må beregnes for aktuell frekvens: $\varepsilon_r(\omega)$.
- Frekvenser f fra 10^{54} Hz (radiobølger) til 10^{22} Hz (γ-bølger).
- Bølgelengder λ fra 10 km (radiobølger) til 10^{-14} m (γ-bølger).

Kap. 32. Oppsummering 2. Elektromagnetiske bølger

- Energitetthet (J/m^3) $= u(t) = \varepsilon_0 \, E(t)^2$
- Tidsmiddel $\langle u \rangle = ½ \, \varepsilon_0 \, E_0^{\;2}$
- Energistrømtetthet (W/m^2) = poyntingvektoren
  $= \boldsymbol{S}(t) = \boldsymbol{E}(t) \times \boldsymbol{H}(t)$.
- Intensitet (W/m^2) = $\langle \boldsymbol{S} \rangle = ½ \, \boldsymbol{E}_0 \, \boldsymbol{B}_0 \,/\, \mu_0 = ½ \, \mathrm{c} \, \varepsilon \, E_0^{\;2} = c \, \langle u \rangle$.
- Emb. (fotoner) har også bevegelsesmengde som forårsaker trykk ved refleksjon eller absorpsjon mot vegg, ifølge Newtons 2. lov:
- Strålingstrykk: $\langle p_{\mathrm{rad}} \rangle = S/c = \langle u \rangle$
  Dobbelt trykk ved full refleksjon mot blank flate.