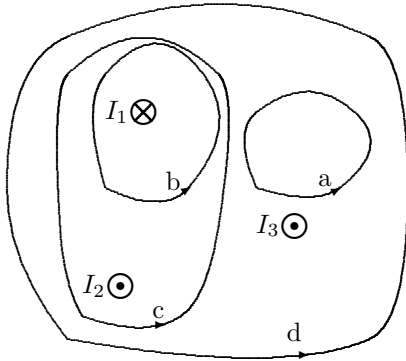


Øving 11

Amperes lov og spoler.

Oppgave 1. Amperes lov.



Figuren viser et tverrsnitt av flere ledere som fører strøm gjennom planet (arket) og normalt på dette. Strømmene har størrelsene $I_1 = 4,0 \text{ A}$, $I_2 = 6,0 \text{ A}$ og $I_3 = 2,0 \text{ A}$. Retningene er vist. Fire veier, merket a, b, c og d er markert. Retningen på veien er for alle mot klokka.

Hva blir linjeintegralet $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ for hver vei?

Oppgave 2. Ikke-homogen strømtetthet.

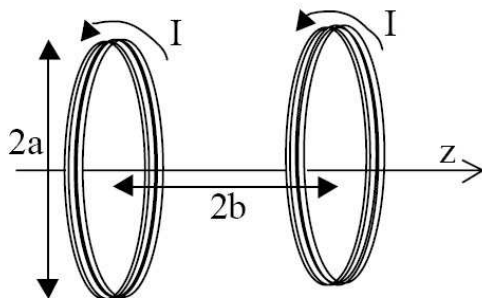
En lang, rett, massiv sylinder, orientert med akse langs z -aksen, fører en strøm som har en strømtetthet \vec{J} . Strømtettheten har sylinderisk symmetri, men er ikke uniform, som gitt ved følgende uttrykk:

$$\vec{J}(r) = \begin{cases} \frac{2I_0}{\pi a^2} \left[1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2 \right] \hat{k} & \text{når } r \leq a \\ \vec{0} & \text{når } r \geq a \end{cases}$$

hvor a er radius i sylindere, r er radiell avstand fra sylinderaksen og I_0 er en konstant med enhet ampere. Metallet i sylindere har permeabilitet μ_0 .

- a) Finn et uttrykk for strømmen $I(r)$ innenfor et sirkulært tverrsnitt med radius $r \leq a$ sentrert på sylinderaksen. Vis fra resultatet at total strøm som går gjennom hele tverrsnittet av ledningen er I_0 .
- b) Bruk Amperes lov til å finne et uttrykk for størrelsen av magnetfeltet $\vec{B}(r)$ i området $r \geq a$ og i området $r \leq a$.
- c) Er magnetfeltet kontinuerlig for $r = a$?

Oppgave 3. Helmholtzspoler.



For å lage svært homogent magnetfelt, benyttes to koaksiale spoler som vist på figuren. Slike spoler er også brukt i laboratorieoppgave.

Spolene er like, med radius a og viklingstall N , de fører samme strøm I i samme retning, og er plassert i avstand $2b$ fra hverandre.

- a) Velg z -aksen langs spoleaksen med origo midt mellom spolene, anta at tykkelsen av spolene er neglisjerbar og vis at B -feltet langs aksen er retta langs aksen og gitt ved

$$B(z) = \frac{\mu_0 N I a^2}{2} \cdot \left[\left(\frac{1}{a^2 + (z+b)^2} \right)^{3/2} + \left(\frac{1}{a^2 + (z-b)^2} \right)^{3/2} \right]$$

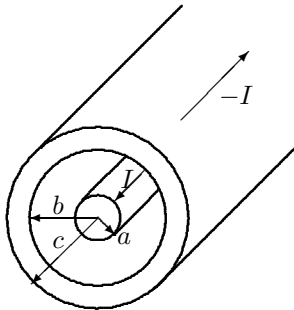
TIPS: Bruk resultat fra kap 28.5 og forelesning: B -felt fra en sirkulær strømsløyfe er $B_z = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + z^2)^{3/2}}$.

Den verdien av b som gir homogent felt over et størst mulig område er $2b = a$, dvs. avstand mellom spolene = radien. Konfigurasjonen kalles da helmholtzspoler, etter Hermann von Helmholtz (tysk, 1821-94).

b) Verifiser at magnetfeltet er best homogent for $a = 2b$ ved å skissere grafen til $B(z)$ for ulike verdier av a med fast b . Bruk Python eller et annet egnet kurvetegningsprogram og velg dimensjonsløse størrelser, der vi anbefaler $\zeta = z/b$, $\alpha = a/b$ og da plotte B/B_0 , der du selv finner uttrykket for B_0 . Vis kurva f.eks. i området $-\zeta \in [-1, +1]$ for ulike verdier av α rundt 2,0, og vis at kurva blir mest mulig flat for vilkåret gitt ovenfor.

c) En av de vanligste anvendelsene av helmholtzspoler er i eksperimenter hvor man ønsker å kompensere jordmagnetfeltet og dermed få $B_{\text{tot}} = 0$. Anta jordmagnetfeltet $B_{\text{jord}} = 50 \mu\text{T}$ og bestem nødvendig NI ("amperevindingstall") for å nulle ut jordmagnetfeltet ved $z = 0$ når $b = a/2$ og $a = 0,25$ m.

Oppgave 4. Magnetfelt i koaksialkabel.



Bruk Amperes lov til å finne H -feltet i alle områder for en uendelig lang koaksialkabel som fører en strøm $+I$ i innerleder og $-I$ i ytterleder. Innerlederen er en massiv sylinder med radius a , ytterleder er en sylinder med innerradius b og ytterradius c . Mellom lederne er det elektrisk isolerende materiale med permeabilitet μ_0 . Anta at kabelen ligger langs z -aksen og at strømmen er jamt fordelt over tverrsnittet.

Beregn $H(r)$ for alle r og lag en skisse av $H(r)$.

Oppgave 5. Magnetisering i jern.

I jern har hvert atom to uparede elektroner, hvert med magnetisk dipolmoment $\mu_e = 9,3 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$.

Finn magnetisering M og magnetfelt B innenfor et domene der vi antar at alle dipolmomenter er parallelle. Jern har atommasse $M_J = 56 \text{ g/mol}$ og tetthet $\rho_J = 7,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$. Avogadros tall på formelark.

Utvalgte fasitsvar:

$$2a) \frac{I_0 r^2}{a^2} \left(2 - \frac{r^2}{a^2} \right); \quad 2b) \vec{B} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} \hat{\phi}; \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 I_0 r}{2\pi a^2} \left(2 - \frac{r^2}{a^2} \right) \hat{\phi};$$

$$3c) 14 \text{ A}; \quad 4) H(r) = 0 \text{ utenfor kabelen}; \quad 5) 1,56 \cdot 10^6 \text{ A/m}; \quad 1,96 \text{ T}.$$