UNIVERSITETET I TRONDHEIM
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE
INSTITUTT FOR TEORETISK FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
F.aman.Finn Bakke
Tlf. 3649

Eksamen i

71516 ELEKTROMAGNETISK TEORI

Mandag 30.mai 1983
kl.0900-1400

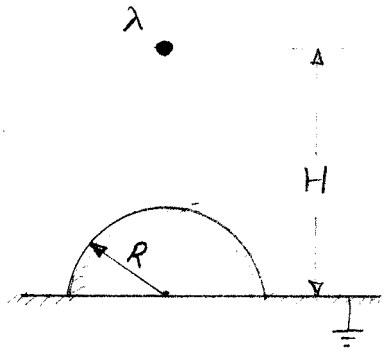
Tillatte hjelpemidler: K.Rottmann: Mathematische Formelsammlung
Regnestav/Lommekalkulator.

Oppgave 1

a) Vis at det elektriske potensial ϕ i avstand ρ fra en uendelig lang rett ledning med ladning λ pr. lengdeenhet er

$$\phi = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{\rho}{\rho_0}$$

b) På et uendelig plan ligger det en uendelig lang sylinder med halvsirkelformet tverrsnitt. Parallelt med planet og sylinderen går det midt over sylinderen en uendelig lang jevnt ladet ledning. Halvsirkeltverrsnittets radius er R og ledningens høyde over planet er H $(H>R)$. Plan og sylinderen er perfekte ledere og er jordet.



Vis hvordan potensialet i rommet over planet og sylinderen kan finnes ved hjelp av speilladninger $(\pm\lambda)$ plassert på passende steder i avstander $\pm \frac{R^2}{H}$ og $-H$ fra planet.

Oppgave 2

a) Vis at loven om ladningsbevarelse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0$$

følger fra Maxwells likninger.

Oppgave 2 forts.

b) En horisontal rettlinjet antenne av lengde L er plassert i høyde H over jordoverflaten som antas plan bortsett fra en uendelig lang åsrygg som går rett under og parallelt med antennen. Åsryggens tverrsnitt antas konstant og halvsirkelformet med radius R. Jorden er en meget god elektrisk leder. Strømfordelingen i antennen er sinusformet med buk på midten og knuter i begge endene. Den svinger harmonisk med frekvens ω.
Det utstrålte felt fra antennen vil reflekteres fra åsen og jordoverflaten. Dette reflekterte feltet kan oppfattes som om det kommer fra speilstrømmer i åsen og jorden.
Finn plassering, retning og styrke av disse speilstrømmene.
Anta frekvensen ω så lav at en ved bestemmelsen av speilstrømmene kan anta instantane forhold.

c) Finn vinkelfordelingen av utstrålt effekt fra antennen.
Utstrålt effekt i retning $\hat{n}$ fra en strømtetthet av formen $\vec{j}(\vec{r})\cos\omega t$ er gitt ved formelen

$$P(\omega,\hat{n}) = \frac{1}{32\pi^2}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\, k^2 \left|\hat{n} \times \int \vec{j}(\vec{r})\, e^{-i\vec{k}\vec{r}}\, d^3r\right|^2 \qquad \vec{k}=\frac{\omega}{c}\hat{n}$$

Oppgave 3

a) Skriv opp Lorentz-transformasjonen mellom sted- og tid-koordinatene $(\vec{r},ict)$ for en hendelse i to inertialsystem med relativ hastighet $\vec{V}$.

b) Angi sammenhengen mellom de elektrodynamiske potensialene $(\vec{A},\frac{i}{c}\phi)$ i de to inertialsystemene.

c) Bruk dette til å vise at potensialene fra en punktladning e i jevn rettlinjet bevegelse kan skrives

$$\vec{A}(\vec{r},t) = \frac{\mu_0 e}{4\pi}\,\frac{\vec{V}}{\sqrt{(1-\beta^2)R^2+(\vec{\beta}\vec{R})^2}}$$

$$\phi(\vec{r},t) = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)R^2+(\vec{\beta}\vec{R})^2}}$$

med de instantane størrelsene

$$\vec{\beta} = \frac{\vec{V}}{c} = \frac{1}{c}\,\frac{d\vec{r}_e(t)}{dt}\,, \qquad \vec{R} = \vec{r}-\vec{r}_e(t)$$

hvor $\vec{r}_e(t)$ er ladningens posisjon ved t.