UNIVERSITETET I TRONDHEIM
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE
INSTITUTT FOR EKSPERIMENTALFYSIKK

EKSAMEN I FAG 715 16

ELEKTROMAGNETISK TEORI

Tirsdag 21. mai 1985

kl. 0900 - 1500

Tillatte hjelpemidler: Rottmann: Mathematische Formelsammlung
Øgrim: Størrelser og enheter i fysikken

Oppgåve 1

a) Utlei bølgjelikningane for $\vec{E}$ og $\vec{B}$ med utgangspunkt i Maxwells likningar. Sett $\rho_f = 0$ og $\vec{J}_f = 0$. (Sjå vedlagde ark med informasjonar om ein del matematiske relasjonar.)

Vi ser i det følgjande på ei plan bølgje som forplantar seg i x-retninga.

b) Vis at bølgjelikningane for $\vec{E}$ og $\vec{B}$ har moglege løysingar av forma

$$\vec{A} = \vec{A}(t - \frac{x}{c}) \ ,$$

og at desse felta forplantar seg langs x-aksen med farten c .

c) Vis at vektorane i bølgja begge står normalt på forplantningsretninga til bølgja og at $\vec{E}$ og $\vec{B}$ står normalt på på kvarandre.

d) Utlei frå Maxwells likningar dei generelle grensevilkåra som gjeld for $\vec{E}$ og $\vec{B}$.

Oppgåve 2

Den elektriske feltstyrken generert av ein partikkel med ladning q , fart $\vec{u}$ og akselerasjon $\dot{\vec{u}}$ er gitt ved:

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{1}{S^3} \left(\vec{R} - \frac{R\vec{u}}{c} \right) \left(1 - \frac{u^2}{c^2} \right) + \frac{1}{c^2 S^3} \left\{ \vec{R} \times \left(\left(\vec{R} - \frac{R\vec{u}}{c} \right) \times \dot{\vec{u}} \right) \right\} \right]$$

Den magnetiske flukstettheten kan skrivast:

$$\vec{B} = \frac{\vec{R} \times \vec{E}}{Rc}$$

Storleiken

$$S = R - \frac{\vec{u} \cdot \vec{R}}{c} = R - \vec{\beta} \cdot \vec{R}$$

(Kandidaten må sjølv tolka dei udefinerte storleikane som inngår i likningane ovafor.)

I det følgjande skal vi sjå på ein partikkel med $\vec{u}$ og $\dot{\vec{u}}$ parallelle.

a) Vis at den utstrålte effekten per romvinkeleining er gitt ved

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{q^2 (\dot{u})^2 \sin^2\theta}{16\pi^2 \varepsilon_0 c^3 (1-\beta \cos\theta)^5}$$

b) Finn den vinkelen θ_m der $dP/d\Omega$ har sin maksimalverdi.

Finn eit forenkla uttrykk for $\theta_m = \theta_m(\beta)$ når $\beta \to 1$.

c) Finn den totale utstrålte effekten P frå partikkelen.

d) Ein fri partikkel med ladning q ligg uendeleg langt borte frå ein fiksert partikkel med ladning $Q = Zq$. Ladninga q blir sendt mot Q langs forbindelseslina mellom dei partiklane med utgangsfarten $u_0 << c$. Partikkelen blir retardert, kjem til ro, snur fartsretning og vender til slutt attende til utgangspunktet. På grunn av stråling har partikkelen mista energi.

Finn eit tilnærma uttrykk for den kinetiske sluttenergien til partikkelen.

Tips:
Gjer bruk av konservering av energi og sjå bort frå at strålinga innverkar nemnande på dynamikken til partikkelen. Ein vil få bruk for resultatet frå pkt. c).

Nyttige relesjonar

$$A \times (B \times C) = B(A \cdot C) - C(A \cdot B)$$

(1) $\nabla \cdot (\phi A) = A \cdot \nabla\phi + \phi\nabla \cdot A$

(2) $\nabla \cdot (A \times B) = B \cdot (\nabla \times A) - A \cdot (\nabla \times B)$

(3) $\nabla \times (\phi A) = \phi\nabla \times A - A \times \nabla\phi$

(4) $\nabla \times (\nabla \times A) = \nabla(\nabla \cdot A) - \nabla^2 A$

(5) $\nabla \times (A \times B) = A(\nabla \cdot B) - B(\nabla \cdot A) + (B \cdot \nabla) A - (A \cdot \nabla) B$

(6) $\nabla(A \cdot B) = (A \cdot \nabla) B + (B \cdot \nabla) A + A \times (\nabla \times B) + B \times (\nabla \times A)$

Her er A og B vektorar medan ϕ er ein skalarfunksjon.

$$\frac{dt}{dt'} = \frac{S}{R}$$

$$\int_0^{\pi} \frac{\sin^3\theta \, d\theta}{(1-\beta \cos\theta)^5} = \frac{4}{3(1-\beta^2)^3}$$