UNIVERSITETET I TRONDHEIM
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE
GRUPPE FOR TEORETISK FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
F. Bakke Tlf. 3649

Eksamen i fag 71550 Klassisk feltteori
Torsdag 8. desember 1988
kl.0900 – 1300

Tillatte hjelpemidler: Rottmann: Matematische Formelsammlung
Godkjent lommekakulator.

Oppgave 1

a) Gitt Lagrangetettheten

$$\mathcal{L} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial\psi}{\partial x^k}\frac{\partial\psi^*}{\partial x^k} - V(x)\psi\psi^* - \frac{\hbar^2}{2i}\left(\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial t} - \psi\frac{\partial\psi^*}{\partial t}\right), \quad k=1,2,3$$

for et kompleks kvantemekanisk felt med de to komponentene ψ og ψ^*.

Finn feltlikningene for ψ og ψ^*.

b) Hvilken energitetthet har feltet (ψ,ψ^*) ovenfor og hvor stor er dets totale energi når feltet har en endelig utstrekning. Hvordan stemmer dette resultatet med at energioperatoren i ikke-relativistisk kvantemekanikk er $H = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V$?

Oppgitt: Energi-impulstensoren for et flerkomponent felt $\psi\alpha$
$\alpha = 1,2,\ldots$ er

$$\mathcal{T}^\mu_\upsilon = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\left(\frac{\partial\phi_\alpha}{\partial x^\mu}\right)}\frac{\partial\phi_\alpha}{\partial x^\upsilon} - \delta^\mu_\upsilon\,\mathcal{L}\,.$$

Oppgave 2

a) Finn bevegelseslikningene for en punktpartikkel med koordinatene x^k fra variasjonsprinsippet

$$\delta S = \delta \int L(x^k, \dot{x}^k, t)dt = 0 \ .$$

b) Anta at en av koordinatene, x^b, ikke forekommer eksplisitt i Lagrangefunksjonen $L(x^k, \dot{x}^k, t)$. Hvilken bevarelses-setning fører det til ?

c) Vi har et inertialsystem med et kartesisk koordinatsystem $x'^{\mu} = (ct', x', y', z')$ og innfører et akselerert koordinatsystem x^{μ} gitt ved

$$\begin{aligned}
x'^0 &= ct' = (z + \frac{c^2}{g}) \sinh \frac{gt}{c} \\
x'^1 &= x' = x \\
x'^2 &= y' = y \\
x'^3 &= z' = (z + \frac{c^2}{g}) \cosh \frac{gt}{c} - \frac{c^2}{g} \ .
\end{aligned}$$

Finn det infinitesimale rom-tid- intervallet, $ds^2 = ds'^2$, uttrykt ved de nye koordinatene.

Anta i det følgende at $z > -\frac{c^2}{g}$.

d) Hvor fort går denne koordinattiden t på et sted (x_a, y_a, z_a) i forhold til egentiden τ for en standard-klokke som ligger i ro i (x_a, y_a, z_a) .

e) Skisser banen $z = z(t)$ for en lysstråle som går i z-retningen gjennom origo i dette akselererte koordinatsystem.