

Eksamen i  
fag 71562 Faseovergang og kritiske fenomener  
Fredag den 14. januar 1977  
Kl. 0900 - 1600

(Tillatte hjelpemidler: Egne notater, xerograferte øvingsoppgaver med løsning for høsten 1976, matematisk formelsamling).

Oppgave 1.

Van der Waals likningen for 1 mol gass er

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V-b) = RT .$$

- a) Bestem den frie energi  $A(T,V)$  i énfasområdet for en énatomig van der Waals gass og utled Maxwell-regelen

$$p_D(V_V - V_g) = \int_{V_V}^{V_g} dV p(T,V) ,$$

der  $p_D$  er damptrykket og  $V_V$ ,  $V_g$  er det minste og største volum ved gass-væske koeksistens for gitt temperatur  $T$ .

- b) Finn de kritiske parametrene  $p_c$ ,  $V_c$ ,  $T_c$  for van der Waals gassen og skriv van der Waals likningen slik at bare reduserte variable

$$\tilde{p} = p/p_c \quad , \quad \tilde{V} = V/V_c \quad \text{og} \quad \tilde{T} = T/T_c$$

forekommer.

- c) Finn for van der Waals gassen en passende utvikling omkring det kritiske punkt, ta hensyn til Maxwell-regelen og utled de kritiske eksponenter  $\delta, \gamma, \gamma', \beta$  og  $\alpha$ .
- d) Utled også  $\alpha'$ .

Oppgave 2

- a) Dersom  $f(x,y)$  er en generalisert homogen funksjon

$$f(\lambda^a x, \lambda^b y) = \lambda f(x,y)$$

så er  $g(u,y)$ , som fås ved Legendre-transformasjonen

$$g \left\{ u(x,y), y \right\} = f(x,y) - xu(x,y)$$

med  $u(x,y) = \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)_y$  og eliminasjon av  $x$ ,

også en generalisert homogen funksjon. Vis det.

- b) Anta at den singulære del av Gibbs frie energi per spinn for et magnetisk system,  $g_s(t,H)$ , oppfyller

$$g_s(\lambda^a t, \lambda^a H) = \lambda g_s(t,H) .$$

Hvilke homogenitetsrelasjoner følger for de singulære deler av den indre energi, av Helmholtz-potensialet og av entalpien?

- c) Ved å måle magnetiseringen, feltet og temperaturen for forskjellige tilstander av et stoff skal Widoms homogenitetshypotese testes. Finn en hensiktsmessig form for sammenhengen mellom disse tre variable under forutsetning av at homogenitetshypotesen holder. I en tilsvarende grafisk fremstilling skal sammenhengen (for et hypotetisk stoff) skisseres og kommenteres.

Oppgave 3

- a) For et vilkårlig ferromagnetisk system i  $d$  dimensjoner skal Wilson-teorien kort skisseres. Hvordan beregnes de termodynamiske kritiske indekser  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  ?
- b) Anta at for et hypotetisk system gir Wilson transformasjonen følgende likning for korrelasjonsfunksjonen

$$G(r; \mathcal{H}) = L^{-(d-2)} G(r/L; \mathcal{H}') .$$

Bestem  $\eta$  .

Finn  $\nu$  dersom man vet at temperaturegenverdien  $\lambda_t = L^\nu$  .

- c) Skisser kort en anvendelse av Wilson-teorien på et valgfritt system.
- d) For  $d = 4$  gir Wilson-teorien for 4. ordens modellen velkjente verdier for de kritiske indekser. Hvilke?

\*