

Eksamen i fag 71562  
Faseoverganger og kritiske fenomener.  
Fredag 19.5.-1978  
Kl. 0900 - 1500

(Tillatte hjelpemidler: Regnestav eller lommekalkulator.)

Oppgave 1

Hva er likevektsbetingelsen for et systems entropi  $S$  med gitt indre energi  $U$ , volum  $V$  og antall partikler  $N_i$  av komponent  $i$ ? Benytt denne og den termodynamiske identitet  $TdS = dU + pdN - \sum_i \mu_i dN_i$  til å utlede betingelser på temperatur  $T$ , trykk  $p$  og kjemisk potensial  $\mu_i$  for et system i likevekt. [Tips: Del systemet i 2 deler.]

Oppgave 2

En gittergass (med celler av volum  $v_0=1$ ) i midlere felt tilnærmelsen har i enfaseområdet tilstandslikningen

$$p = -kT \ln(1-\rho) - a\rho^2$$

der  $k$  er Boltzmanns konstant,  $T$  er temperaturen,  $p$  er trykket,  $\rho$  er tettheten og  $a$  er en konstant. Dette systemet har et kritisk punkt. Bestem de kritiske verdiene av  $p$ ,  $T$  og  $\rho$ .

Med kritisk temperatur, men med små avvik  $\Delta\rho$  fra kritisk tetthet vil trykket  $p$  og kjemisk potensial  $\mu$  være gitt ved

$$p = \text{konst.} + \text{konst.}(\Delta\rho)^c \quad \text{og} \quad \mu = \text{konst.} + \text{konst.}(\Delta\rho)^s .$$

Hva er  $c$  og  $s$  i dette tilfellet?

Skisser kort hvorledes en i prinsipp kan bestemme tetthetene av de koeksisterende gass- og væskefaser ved underkritisk temperatur. Beregn disse tetthetene eksplisitt til laveste orden for små

avvik fra den kritiske temperatur.

### Oppgave 3

For et spinn system nær det kritiske punkt i null magnetfelt kan spinn-korrelasjonsfunksjonen  $\Gamma$  for store avstander  $r$  skrives som en generalisert homogen funksjon:

$$\Gamma(\lambda^{a_r} r, \lambda^{a_t} t) = \lambda \Gamma(r, t)$$

der  $t$  er avvik fra kritisk temperatur mens  $a_r$  og  $a_t$  er konstanter. Hva kan en herav slutte om den generelle formen på funksjonen  $\Gamma(r, t)$  ?

Bestem de kritiske indekser ( $\eta, \nu$ , og  $\nu'$ ) som karakteriserer  $\Gamma$  uttrykt ved  $a_r$ ,  $a_t$  og systemets dimensjonalitet  $d$ .

Ved hjelp av fluktuasjonsteoremet kan susceptibiliteten  $\chi$  uttrykkes direkte ved  $\Gamma$ . Hva blir de kritiske indeksene ( $\gamma$  og  $\gamma'$ ) for  $\chi$  ?

### Oppgave 4

For et spinn system i null magnetfelt finnes følgende transformasjonslikninger for koplingskonstantene  $K_1$  og  $K_2$  ved en Wilson transformasjon (spinn-celle transformasjon)

$$\begin{aligned} K_1' &= 4K_1 + 12K_2 - 12K_1K_2 - 36K_2^2 \\ K_2' &= 2K_2 - 36K_2^2 \end{aligned}$$

Bestem transformasjonens ikke-trivielle fikspunkt (dvs.  $K_1 \neq 0$ ,  $K_2 \neq 0$ ). Ifølge Kadanoffs argumenter vil cellesystemet ha en effektiv temperatur (avvik fra kritisk temperatur)  $t' = L^y t$ . Hva blir  $y$  når  $L=2$  ?

Hva er en relevant egenverdi? Er antall relevante egenverdier i dette tilfellet som en burde forvente?