

Faglig kontakt under eksamen:
 F.aman.F.Bakke
 Tlf. 3649

Eksamen i
 fag 71565 Innføring i kvantemekanikk
 tirsdag 25.januar 1983
 kl.0900-1500

Tillatte hjelpemidler: K.Rottmann: Mathematische Formelsammlung
 Regnestav/Lommekalkulator

Oppgave 1

- a) For en partikkel med tilstandsfunksjon $\Psi(\vec{r}, t)$ som tilfredstiller en tidsavhengig Schrödingerlikning med et reelt potensial $V(\vec{r})$, gjelder en kontinuitetslikning av formen

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{j} = 0$$

Bestem ρ og \vec{j} som funksjoner av $\Psi(\vec{r}, t)$.

- b) Vis at hvis en bruker et kompleks potensial $V(\vec{r}) = U(\vec{r}) + iW(\vec{r})$ (U og W reelle), vil en ikke få partikkelbevarelse, men en endring av sannsynlighetstettheten som er proporsjonal med $W(\vec{r})$ og $\rho(\vec{r}, t)$.

Oppgave 2

- a) $F(\vec{p}, \vec{r})$ er en dynamisk variabel som ikke avhenger eksplisitt av tiden. Vis at den kvantemekaniske forventningsverdien $\langle F \rangle$ av F i en vilkårlig tilstand $\psi(\vec{r}, t)$ oppfyller

$$\frac{d}{dt} \langle F \rangle = \frac{i}{\hbar} \langle [H, F] \rangle$$

der H er systemets Hamiltonfunksjon.

- b) Finn hvordan middelverdien av en slik dynamisk variabel A som oppfyller kommuteringsregelen

$$[H, A] = \lambda A \quad (\lambda = \text{konstant}) ,$$

forandrer seg med tiden.

- c) Vis at for en harmonisk oscillator med $H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega^2 q^2$ vil stigeoperatoren

$$a = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} q + i \frac{1}{\sqrt{2m\omega\hbar}} p \quad \text{oppfylle en slik kommuteringsregel.}$$

- d) Finn hvordan egenverdiene for denne stigeoperatoren vil variere med tiden.

Oppgave 3

- a) Skriv opp den stasjonære Schrödingerlikningen for en partikkel i det éndimensjonale potensialet

$$V(x) = D(1 - e^{-ax})^2 \quad (D = \text{konstant})$$

og vis at den kan omskrives til formen

$$\frac{d^2}{dq^2} \psi + \frac{1}{q} \frac{d}{dq} \psi + \left(-\frac{1}{4} + \frac{d}{q} - \frac{s^2}{q^2} \right) \psi = 0$$

ved å innføre ny variabel

$$q = \frac{2\sqrt{2mD}}{a\hbar} e^{-ax} \quad .$$

- b) Finn energinivåene for partikkelen.