UNIVERSITETET I TRONDHEIM
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE
INSTITUTT FOR TEORETISK FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:

F.aman. J.S.Høye
Tlf. 3654

EKSAMEN I FAG 71565 INNFØRING I KVANTEMEKANIKK

Fredag 14.desember 1984

kl.0900-1400

Tillatte hjelpemidler: Regnestav/lommekalkulator
K.Rottmann: Mathematische Formelsammlung

Oppgave 1

a) Hva er uttrykket for middelverdien $\langle F \rangle$ til en operator F ?
Beregn midlere posisjon $\langle x \rangle$ og impuls $\langle p \rangle$ til en partikkel med normert posisjonsbølgefunksjon

$$\psi(x) = \alpha^{\frac{1}{2}} e^{-\alpha|x-c|+ikx}$$

b) Skriv ned relasjonen som en hermitesk operator må oppfylle.
Dersom en operator F representerer en fysisk størrelse må den være hermitesk. Hvorfor må den være det ?
Vis at egenfunksjoner som tilhører ulike egenverdier for en hermitesk operator er ortogonale.

c) En regulær funksjon $g(\vec{r})$ kan uttrykkes som en rekkeutvikling i egenfunksjoner, som danner et fullstendig sett, slik at

$$g(\vec{r}) = \sum_n a_n \psi_n(\vec{r})$$

Vis hvordan koeffisientene a_n kan bestemmes.

Oppgave 2

a) En partikkel med masse m beveger seg i det harmoniske potensialet (én dimensjon)

$$V(x) = \tfrac{1}{2}Kx^2$$

Skriv ned den tidsuavhengige Schrödingerlikningen for denne partikkelen
I grunntilstanden vil denne partikkelen ha egenfunksjon av formen

$$\psi_0 = \psi_0(x) = Ne^{-\frac{1}{2}\alpha x^2}$$

Oppgave 2a forts.

Vis at dette er riktig, og bestem α og energien E i denne tilstanden.
Uttrykt ved α , hva blir konstanten N når $\psi(x)$ skal være normert ?

b) Ved et gitt tidspunkt er bølgefunksjonen til partikkelen

$$\psi = \psi(x) = Me^{-\frac{1}{2}\tau x^2}$$

Hva er da sannsynligheten for at partikkelen skal befinne seg i grunntilstanden ? [Uttrykk svaret ved α og τ]

Oppgitt: $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-u^2} du = \sqrt{\pi}$

Oppgave 3

a) Utled uttrykket for perturbasjonen av et ikke degenerert energinivå E_n^0 til første orden i λ når den tidsuavhengige Hamiltonoperatoren er $H=H_0+\lambda V$, og løsningene av det uperturberte egenverdiproblem

$$H_0|n\rangle = E_n^0|n\rangle$$

antas kjente.

b) La det uperturberte system være en harmonisk oscillator slik som i oppgave 2. Dette systemet perturberes nå med et potensial

$$\lambda V = Ae^{-\sigma x^2+2\gamma x}$$

Bruk resultatet fra første ordens perturbasjonsteori til å beregne hvordan energien i grunntilstanden endrer seg. [Uttrykk svaret ved A,σ,γ og α (fra oppgave 2)] .