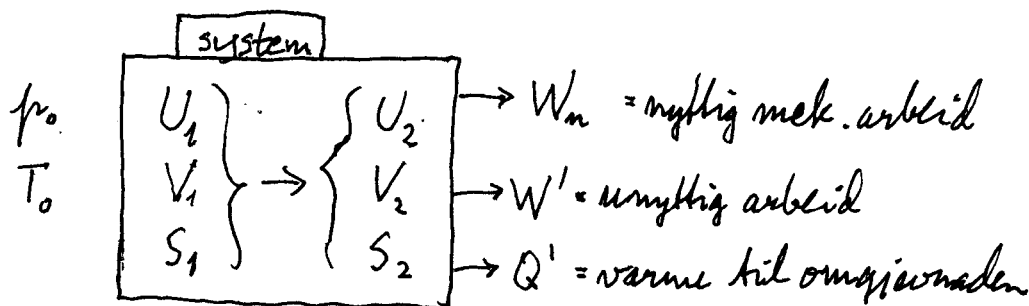


Oppg. 1

(a)



1. hovedsetning: $\delta Q = dU + \delta W$ $\delta W = -dU + \delta Q$ $\delta Q \rightarrow \begin{matrix} U \rightarrow \\ U+dU \end{matrix} \rightarrow \delta W$

$W_m + W' = U_1 - U_2 - Q'$ [$\delta W = W_m + W'$ $\delta Q = -Q'$]

$W' = \text{arbeid mot omgivningen: } W' = p_0 (V_2 - V_1)$

Varme Q' til omgivningen gir entropiøkning $\Delta S_{\text{omg}} = \frac{Q'}{T_0}$

Total entropiendring $\Delta S_{\text{tot}} = S_2 - S_1 + \frac{Q'}{T_0} \geq 0$ (2. h. setning)

$Q' = T_0 \Delta S_{\text{tot}} - (S_2 - S_1) T_0$

Nyttig arbeid:

$\Delta W_m = U_1 - U_2 - W' - Q' = U_1 - U_2 - p_0 (V_2 - V_1) + T_0 (S_2 - S_1) - T_0 \Delta S_{\text{tot}}$

Maksimalt nyttig arbeid ved reversibel prosess, $\Delta S_{\text{tot}} = 0$,

som gir $\Delta W_{m, \text{max}} = U_1 - U_2 - p_0 (V_2 - V_1) + T_0 (S_2 - S_1) \equiv E$

$\Delta W_m = -\Delta U - p_0 \Delta V + T_0 \Delta S$

(b)

$U_1 - U_0 = C (T_1 - T_0)$ dersom stenen ender i termisk likevekt med omgivningen ($T_2 = T_0$)

$S_1 - S_0 = \int_{S_0}^{S_1} dS = \int_{T_0}^{T_1} \frac{C dT}{T} = C \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right)$

$E = W_{m, \text{max}} = C (T_1 - T_0) + p_0 \cdot 0 - T_0 C \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right)$

$= C (T_1 - T_0 - T_0 \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right))$

c)

$$C_V(T) = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \quad C_{Vr} \text{ medler varmekapasitet}$$

$$U_1 - U_0 = m \int_{T_0}^{T_1} C_{Vr} dT = m C_{Vr} (T_1 - T_0) = m C_{Vr} ([T_1 - T_x] + [T_x - T_0])$$

I den adiabatiske delprosessen er $dQ=0$, altså $dS = \frac{dQ}{T} = 0$
Entropiendring er det altså bare i delprosessen med konstant volum.

$$S_1 - S_0 = S_x - S_0 = m \int_{T_0}^{T_x} \frac{C_{Vr} dT}{T} = m C_{Vr} \ln \frac{T_x}{T_0} = m C_{Vr} \left(\ln \frac{T_1}{T_0} + \ln \frac{T_x}{T_1} \right)$$

Find T_x fra adiabatisk delproces

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_x V_0}{T_x} \quad \text{og} \quad p_x V_0^\gamma = p_1 V_1^\gamma \Rightarrow T_x = T_1 \left(\frac{V_1}{V_0} \right)^{\gamma-1}$$

$$S_1 - S_0 = m C_{Vr} \left(\ln \frac{T_1}{T_0} + (\gamma-1) \ln \frac{V_1}{V_0} \right)$$

Nyttig arbeid:

$$W_m = E = U_1 - U_0 - p_0 (V_0 - V_1) + T_0 (S_0 - S_1) =$$

$$= m C_{Vr} (T_1 - T_0) + p_0 (V_1 - V_0) - T_0 m C_{Vr} \left(\ln \frac{T_1}{T_0} + (\gamma-1) \ln \frac{V_1}{V_0} \right)$$

$$\gamma = C_{Pr} / C_{Vr} \quad C_{Pr} - C_{Vr} = R \quad p_0 = m R T_0 / V_0 \quad \gamma-1 = \frac{C_{Pr} - C_{Vr}}{C_{Vr}} = \frac{R}{C_{Vr}}$$

$$\frac{E}{m T_0} = C_{Vr} \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 \right) + R \left(\frac{V_1}{V_0} - 1 \right) - C_{Vr} \ln \frac{T_1}{T_0} - R \ln \frac{V_1}{V_0}$$

$$= C_{Vr} f\left(\frac{T_1}{T_0}\right) + R f\left(\frac{V_1}{V_0}\right)$$

der $f(x) \equiv x - 1 - \ln x$.

d)

Alle symboler som gir inn her, er positive. Altså er $x > 0$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x} \geq 0 \text{ for } x \geq 1. \quad \therefore \text{Minimum for } x = 1$$

$$f_{\min} = f(1) = 1 - 1 - 0 = 0. \quad \text{Altså er } f \text{ og dermed } W_m = E$$

ikke-negativ.

ⓐ Eksergi initialt: $E_i (= E_0)$

Eksergi att efter processen: $E_f (= E_N)$

Eksergiverknadsgrad $\varepsilon = E_f / E_i$

Eksergi att efter process-steg j : E_j ($j=1, 2, 3, \dots, N$)

$$\varepsilon_j = E_j / E_{j-1}$$

$$\varepsilon = \frac{E_f}{E_i} = \frac{E_N}{E_0} = \frac{E_N}{E_{N-1}} \dots \frac{E_3}{E_2} \frac{E_2}{E_1} \frac{E_1}{E_0} = \varepsilon_N \cdot \varepsilon_{N-1} \dots \varepsilon_3 \cdot \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_1$$

Från ⓐ)

$$W_m = U_1 - U_2 - p_0(V_2 - V_1) + T_0(S_2 - S_1)$$

$$dW_m = -dU - p_0 dV + T_0 dS$$

$$dU = n C_v dT \quad p_0 dV = d(p_0 V) = d(pV) = nR dT$$

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{n C_p dT}{T}$$

$$dW_m = -n C_v dT - nR dT + T_0 \frac{n C_p dT}{T}$$

$$= -n C_p dT + T_0 \frac{n C_p dT}{T} = -n C_p \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) dT$$

$n C_p = C_p =$ varmekapaciteten til kolet

$$\Delta W_m = -C_p \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \Delta T$$

Dele er elles i samsvar med Carnot

$$W_m = \sum \Delta W_m \rightarrow \int dW_m$$

$$W_m = - \int_{T_1}^{T_0} C_p \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) dT = C_p (T_1 - T_0) + C_p T_0 \ln \frac{T_1}{T_0}$$

Dele er eksergien for røkgassen. For kolet: eksergien \approx entalpien

$$W_{koel} = C_p (T_1 - T_0)$$

$$\text{Eksergiverknadsgraden: } \eta_1 = \frac{W_m}{W_{koel}} = \frac{C_p (T_1 - T_0) + C_p T_0 \ln(T_1/T_0)}{C_p (T_1 - T_0)} =$$

$$= \frac{T_1 - T_0 - T_0 \ln(T_1/T_0)}{T_1 - T_0} = 1 - \frac{T_0}{T_1 - T_0} \ln \frac{T_1}{T_0}$$

$$\text{Talver: } \eta_1 = 1 - \frac{300}{1200 - 300} \ln \frac{1200}{300} = 1 - \frac{2}{3} \ln 2 = 1 - \frac{2}{3} \cdot 0,693 = 0,538 \approx \underline{\underline{0,54}}$$

Oppgave 2.

(a) $M = \epsilon \sigma T^4$

M - irradians, $[M] = \text{W/m}^2$

ϵ - emissivitet ($0 \leq \epsilon \leq 1$) $[\epsilon] = 1$

σ - Stefan-Boltzmann-konstanten ($\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$)

T - absolutt temperatur, $[T] = \text{K}$

(ϵ er emissiviteten - egentlig emissiviteten midla over bølglengdene i eit visst intervall av bølglengder og over retningar av utstråling - for strålinga frå ei flate med abs. temp. T .)

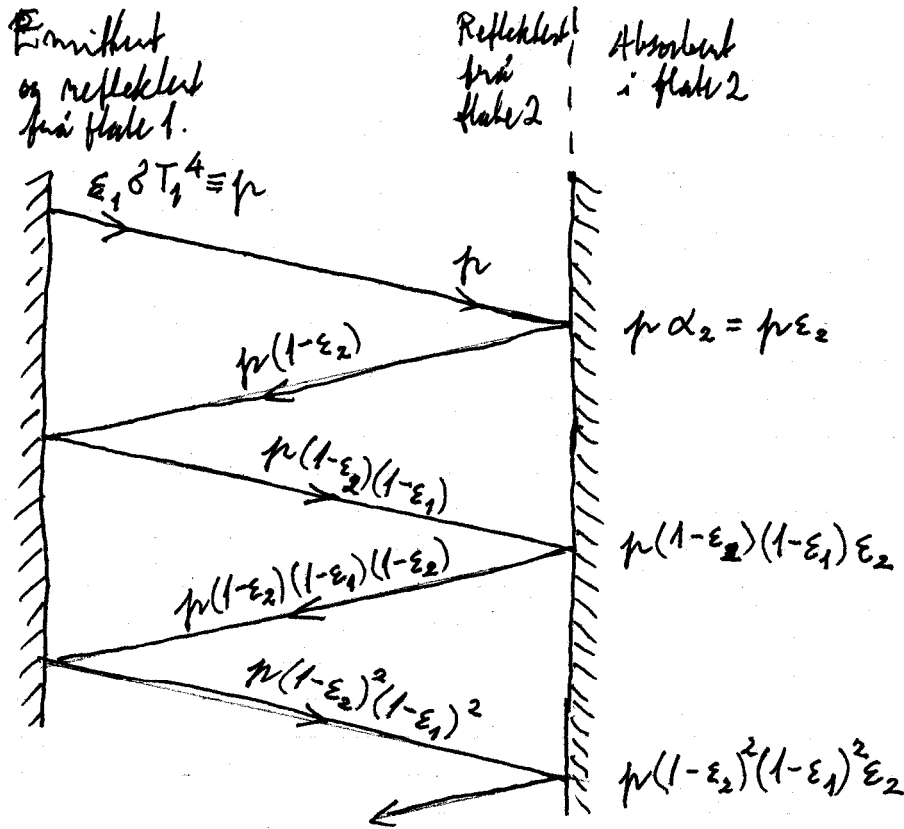
Les ein på solstråling og varmemstråling berre for seg (svarande til $\lambda < 3 \mu\text{m}$, respektivt $\lambda > 3 \mu\text{m}$), har ein for mange material ulike verdier på emissiviteten.

Reine metallflater, evt. med tynt oksydsjikt, har høg reflektans og dermed låg emissivitet ($\epsilon < 0,1$) i varmemstrålingsområdet, medan dei fleste andre flater har høg emissivitet ($\epsilon \sim 0,9 - 0,95$) i dette området. Det gjeld også t.d. snø og kvitt emalje som kan reflekterast opptil 90% av synleg lys.

Bruker at absorptansen er like emissiviteten, $\alpha = \epsilon$

Se på gjentatte absorpsjoner og refleksjoner. ($\rho = 1 - \alpha = 1 - \epsilon$)

(NB: Teiknar figur som om det var strått "innfall", for å få plass til påskriften på figuren)



Ved bruk av summeformelen for geometrisk rekke får vi at varmeeffekt absorbert per flateinning på flate 2 er:

$$\begin{aligned} \dot{q}_{12} &= q\epsilon_2 \left\{ 1 + (1-\epsilon_2)(1-\epsilon_1) + (1-\epsilon_2)^2(1-\epsilon_1)^2 + \dots \right\} = \\ &= \epsilon_1 \delta T_1^4 \epsilon_2 \frac{1}{1 - (1-\epsilon_2)(1-\epsilon_1)} = \delta T_1^4 \frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2 - \epsilon_1 \epsilon_2} \end{aligned}$$

Av det som går ut fra flate 2, blir det i flate 1 absorbert tilsvarende $\dot{q}_{21} = \delta T_2^4 \frac{\epsilon_2 \epsilon_1}{\epsilon_2 + \epsilon_1 - \epsilon_2 \epsilon_1}$

Merk at $\epsilon_{21} = \epsilon_{12} \equiv \epsilon_1 \epsilon_2 / (\epsilon_1 + \epsilon_2 - \epsilon_1 \epsilon_2)$

Netto varmestraum blir $\dot{q}_n = \dot{q}_{12} - \dot{q}_{21} = \epsilon_{12} \delta (T_1^4 - T_2^4)$

$$\epsilon_{12} = \epsilon_1 \epsilon_2 / (\epsilon_1 + \epsilon_2 - \epsilon_1 \epsilon_2)$$

6/11

Forenkling for spesialtilfella:

(i) $\epsilon_1 \rightarrow 0$ og $\epsilon_2 \gg \epsilon_1$

$$\epsilon_{12} = \frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_2 + \epsilon_1(1 - \epsilon_2)} \approx \frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_2} = \underline{\underline{\epsilon_1}}$$

(ii) $\epsilon_1 \rightarrow 1$

$$\epsilon_{12} = \frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1(1 - \epsilon_2) + \epsilon_2} \rightarrow \frac{\epsilon_2}{1 - \epsilon_2 + \epsilon_2} = \underline{\underline{\epsilon_2}}$$

(iii) $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon$

$$\epsilon_{12} = \frac{\epsilon^2}{\epsilon + \epsilon - \epsilon^2} = \underline{\underline{\frac{\epsilon}{2 - \epsilon}}}$$

Kommentar: (i) og (ii). Både "fyrstegangsabsorpsjon" er viktig. Grunnen er for (i) at emisjonen fra plate 1 er så liten (ϵ_1 så liten at 2. ordens ϵ_1^2 kan negligeres). I tilfelle (ii) er det tilsvarende refleksjonen fra plate 1 som er så liten ($(1 - \epsilon_1)^2$ kan negligeres sammenlignet med $(1 - \epsilon_1)^1$). Når $\epsilon_1 \rightarrow 1$, blir det ingen refleksjon fra plate 1. I begge disse tilfella kan vi se at ϵ_{12} er bestemt av den minste av ϵ_1 og ϵ_2 .

(b) $l_c \approx 2 \text{ cm}$

P.g.a. varmeledning $\dot{q}_c = \lambda \frac{\Delta T}{l} = h_c \Delta T$ $h_c = \frac{\lambda}{l}$

P.g.a. stråling $\dot{q}_r = \varepsilon_{12} \delta (T_2^4 - T_1^4) = \varepsilon_{12} \delta (T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2)(T_2 - T_1)$
 $= 4\varepsilon_{12} \delta \frac{T_1^2 + T_2^2}{2} \frac{T_1 + T_2}{2} \Delta T$ †

$T_m = \frac{T_1 + T_2}{2}$ $\frac{T_1^2 + T_2^2}{2} \approx T_m^2$

$\left[\frac{T_1^2 + T_2^2}{2} - T_m^2 = \frac{2T_1^2 + 2T_2^2 - T_1^2 - 2T_1T_2 - T_2^2}{4} = \frac{T_1^2 - 2T_1T_2 + T_2^2}{4} = \frac{(T_2 - T_1)^2}{4} = \frac{1}{4}(\Delta T)^2 \right]$

∴ den relative fejl er af 2. orden i $\frac{\Delta T}{T_m} \ll 1$]

$\dot{q}_r \approx 4\varepsilon_{12} \delta T_m^3 \Delta T = h_r \Delta T$ $h_r = 4\varepsilon_{12} \delta T_m^3$

$\dot{q} = \dot{q}_c + \dot{q}_r = h \Delta T$ $h = h_c + h_r$

Talværdier: $T_m = 280 \text{ K}$ $\Delta T = 10 \text{ K}$ $l = 1,25 \text{ cm}$ $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon = 0,9$

$\varepsilon_{12} = \frac{\varepsilon}{2 - \varepsilon} = \frac{0,9}{2 - 0,9} = 0,818 \approx 0,82$ $\lambda = 0,025 \text{ W/(K m)}$

$h_c = \frac{\lambda}{l} = \frac{0,025 \text{ W/(K m)}}{0,0125 \text{ m}} = 2,0 \frac{\text{W}}{\text{K m}^2}$

$h_r = 4\varepsilon_{12} \delta T_m^3 = 4 \cdot 0,82 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 280^3 = 4,07 = 4,1 \frac{\text{W}}{\text{K m}^2}$

$h = h_c + h_r = 6,1 \frac{\text{W}}{\text{K m}^2}$ $\dot{q} = h \Delta T = 6,1 \cdot 10 = \underline{\underline{61 \text{ W/m}^2}}$

(c) 3 strøg med varmeresistansen $1/h$ i mellem de to glasa
 kerner varmeresistandene nødvendig $1/h_{ru}$ og nødvendig $1/h_i$.

U-værdien bliver da

$U = \frac{1}{R_{\text{total}}} = \frac{1}{1/h + 1/h_{ru} + 1/h_i} = \frac{1}{1/6,1 + 1/23 + 1/7,7} = \underline{\underline{2,96 \approx 3,0 \frac{\text{W}}{\text{K m}^2}}}$

d

Med trippelvindanga blir det varmemotstand for eit glass mellomrom tít, i tillegg til dei nemnde tre varmemotstandane.

Etter kan eit dobbeltvindanga få større varmemotstand på to måtar. For det fyrste, kan ein i mellomrommet ha ein edelgass (argon eller krypton) som har lågare varmeleiingsevne enn luft. For det andre, kan det på glassoverflata vera lagt eit tynt oksydsjikt, som ikkje fører til nemnde hindring av lysgjennomgangen, men som reflekterer varmerstrålinga godt, slik at emissivitet er låg, ca. 0,15, i varmerstrålingsområdet.

Med $\lambda = 0,009 \frac{W}{Km}$ (svarende til krypton)

og $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0,15$ gjev ei myt talutrekning:

$$\epsilon_{12} = \frac{\epsilon}{2 - \epsilon} = \frac{0,15}{2 - 0,15} = 0,081$$

$$h_c = \frac{\lambda}{d} = \frac{0,009}{0,0125} = 0,72 \frac{W}{Km^2}$$

$$h_r = \frac{0,081}{0,02} \cdot 4,07 = 0,40 \frac{W}{Km^2}$$

$$h = h_c + h_r = 1,12 \frac{W}{Km^2}$$

U-verdien blir då

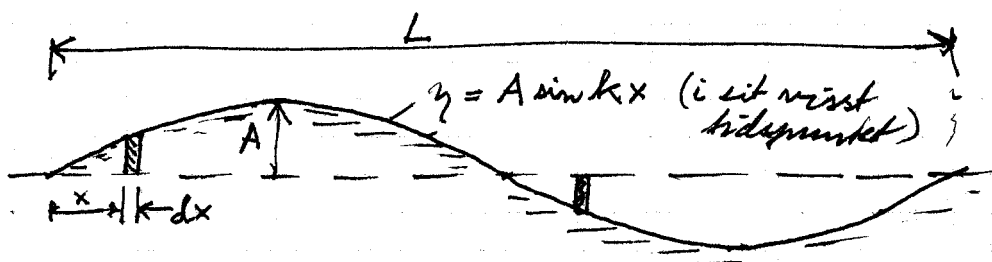
$$U = \frac{1}{1/1,12 + 1/23 + 1/7,7} = \underline{\underline{0,94 \frac{W}{Km^2}}}$$

Oppgave 3

- ① $g = \text{tyngdeakselerasjonen } (9,81 \text{ m/s}^2)$
 $T = \text{bølgeperioden } (= 1/f = 2\pi/\omega)$

Fasefarten $c_f = \frac{\omega}{k} = \frac{L}{T} \quad (L = 2\pi/k)$

$$L = c_f T = 2c_g T = gT^2/2\pi$$



Potenriell energi pga. vann lyft fra bølgedal til bølgetopp!

På ei bølglengd og pr. breiddelinning:

$$E_p L = \int_0^{L/2} \rho g \eta \left(2 \frac{\eta}{2}\right) dx = \rho g \int_0^{L/2} \eta^2 dx$$

$$= \rho g \frac{L}{2} \frac{A^2}{2} = \rho g A^2 L / 4$$

$$E_p = \rho g A^2 / 4 = K A^2 \quad K = \rho g / 4$$

② $E = E_p + E_k = 2E_p = 2KA^2$

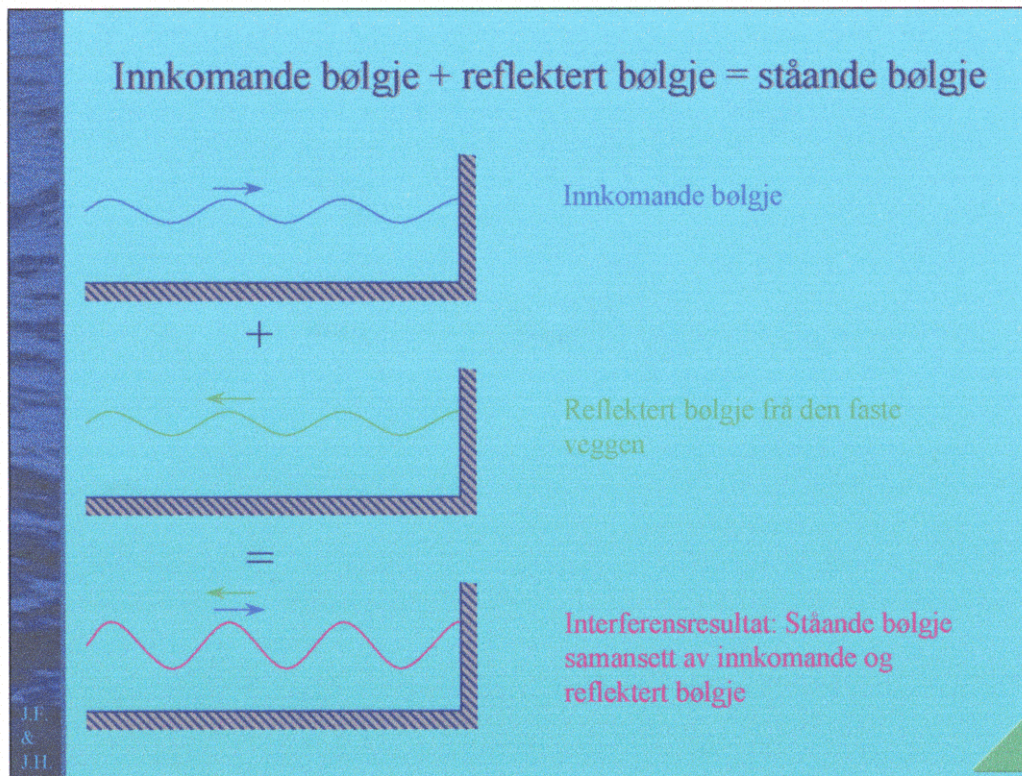
$$J = c_g E = \frac{gT}{4\pi} 2 \frac{\rho g}{4} A^2 = \frac{\rho g^2}{8\pi} T A^2$$

$$T = 9 \text{ s og } A = 1 \text{ m: } J = \frac{1020 \cdot 9,81^2}{8\pi} 9 \cdot 1^2 = 35151 \text{ W/m} \approx 35 \text{ kW/m}$$

③ ① Som svar på punkt ① i omg. 3 kan f. eks. dei to vedlagde ark

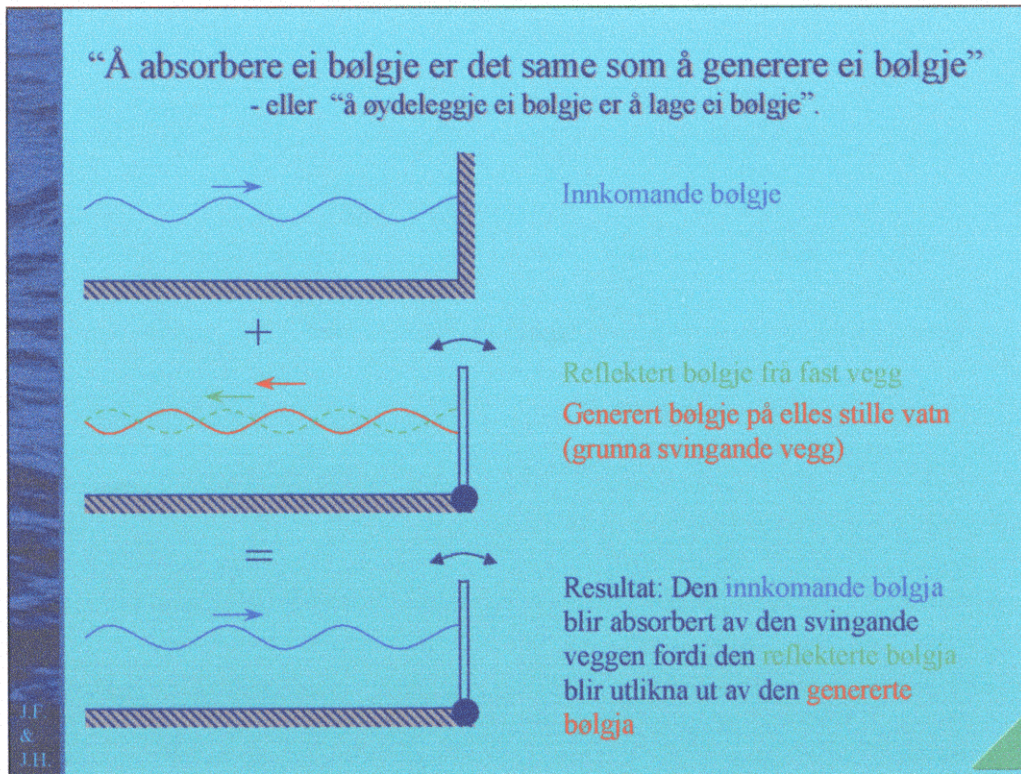
- 1) Innkomande bølge + reflektert bølge = ståande bølge.
 - 2) "Å abs. ei b. er det same som å generere ei bølge tena som løysingsforslag.
-

Dei to vedlagde ark "Utdrag frå notatet "Prinsipp av opptak av energi frå havbølger" vil vera meir enn nok til løysingsforslag.



Med ein fast, ikkje-absorberande vegg blir den innkomande bølga (blå) totalreflektert, og saman dannar då denne refleksjonen (grøn) og den innkomande bølga ei ståande bølge (fiolett). Den innkomande bølgeenergien blir sendt tilbake.

Dersom den reflekterte bølga kunne unngåast, eller om vi kunne finne ein måte å fjerne ho på, ville heile den innkomande energien bli absorbert.



Dersom vi byter ut den faste veggen med ein bølgegenerator, og let denne svinge på ein slik måte at den genererte bølga og den reflekterte bølga utliknar kvarandre, vil berre den innkomande bølga bli att i sjøen. Den svingande bølgegeneratoren tek opp 100 % av den innkomande bølgeenergien om han svingar med passende utsving (slik at den genererte bølga og den reflekterte bølga blir like store) og fase (slik at den genererte bølga og den reflekterte bølga får motsette fasar). Dermed har vi oppnådd absorpsjon av ei bølge ved å generere ei bølge.

- - -

Reint allment kan det seiast at ein bølgeabsorbator må vera ein bølgegenerator. Skal det absorberast energi frå ei bølge, trengst det altså ei svingande vassforskyving som er passeleg stor og som skjer til rett tid (svinging med riktig fase). - - -

“Å øydeleggja bølger vil seia å skapa bølger”

Når bølgeenergi blir absorbert, må det bli verande att mindre med bølgeenergi i havet. Det må altså bli ein reduksjon eller ei fjerning av bølger som elles ville bli kasta tilbake frå eller gå forbi den absorberande innretniga. Når denne svingar, må det altså bli sett opp bølger som motverkar - eller er i motfase med - dei tilbakekasta og/eller forbipasserande bølgjene. Det må med andre ord vera genererte bølger som interfererer destruktivt med bølgjene elles i sjøen. Dette forklarar den paradoksale, men sanne, påstanden: “å øydeleggja bølger vil seia å skapa bølger” eller sagt på fagspråk: Å absorbera bølger vil seia å generera bølger. Eit eksempel som illustrerer dette, er vist i *figur 1*, for eit tilfelle der den innkomande bølga kan bli fullstendig absorbert. Dette eksemplet svarar til ei uendeleg lang rekkje (normalt på figurplanet) av svingande kroppar med liten nok innbyrdes avstand (mindre enn ei bølglengd). Fullstendig absorpsjon er også mogleg med ein langstrekt kropp, med tverrsnitt som vist i figur 1, under føresetnad av at kroppen svingar vertikalt og horisontalt på ein optimal måte.

Det kan visast teoretisk at ikkje meir enn halvparten av bølgeenergien kan bli absorbert dersom det er berre ei symmetrisk utstrålt bølge, slik som vist med kurve b i figur 1, når bølga er generert av ein symmetrisk kropp som har berre ein svingemodus, som her er vertikal svinging (hiv). Likeins kan det visast at det er uråd å få meir enn halvparten av bølgeenergien absorbert dersom det berre er ei antisymmetrisk utstrålt bølge (kurve c) frå den symmetriske kroppen. Men ein kropp som er usymmetrisk nok, og som svingar i berre ein modus, kan absorbera bortimot all innkomande bølgeenergi. Ved universitetet i Edinburgh kom Salter nær denne ideelle situasjonen med sine eksperiment med “voggande and”. - - -

Optimal svingerørsle for maksimalt energiopptak.

For å kunna ta opp mest mogleg energi, må bølgeenergiomformaren (BEOen) ha ei optimal svingerørsle. Med ei sinusforma innkomande bølge må svinginga ha ein optimal fase og ein optimal amplitude.

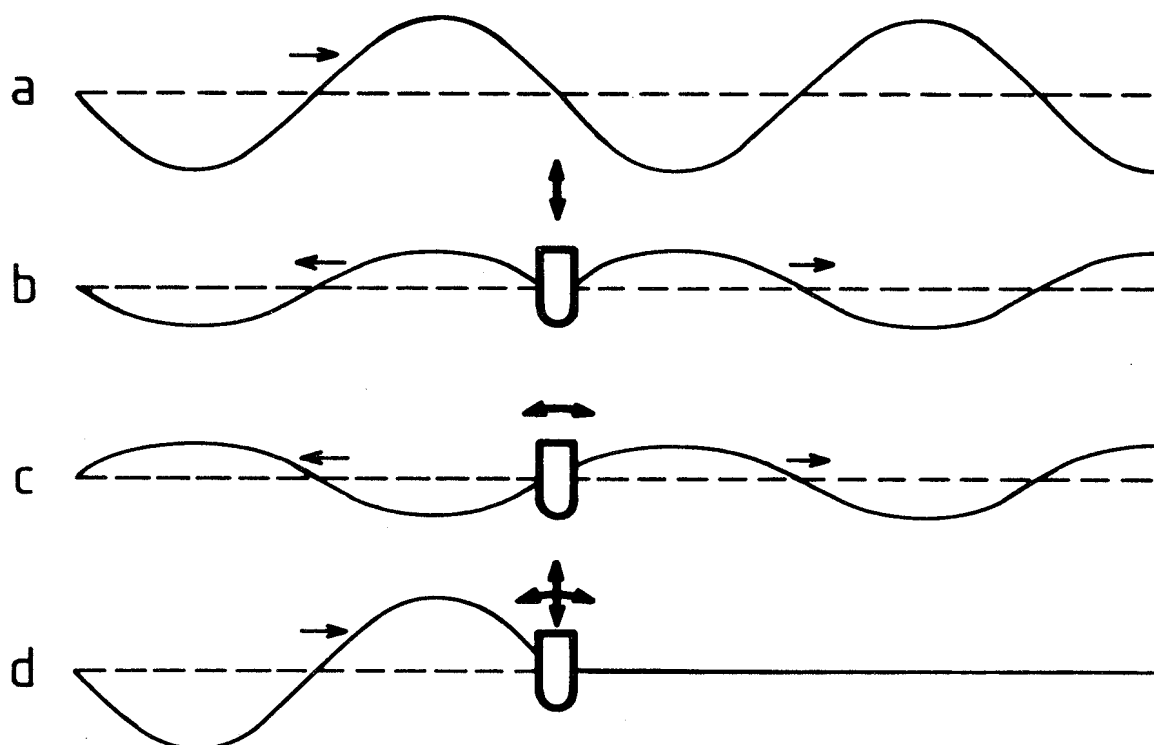
Dette kan illustrerast ved å sjå på figur 1 ein gong til. Her er amplitudane for dei utstrålte bølgjene (kurvene b og c) akkurat halvparten av amplituden på den innkomande bølga (kurve a). Difor må amplitudane på dei vertikale og horisontale svingingane ha bestemte verdiar. Merk at desse optimale amplitudane er proporsjonale med amplituden på den innkomande bølga.

Dei optimale fasane for desse to svingemodiane er slik at dei tilsvarande to utstrålte bølgjene mot høgre (figur 1 b og c), får same fasen; samanfallande bølgetoppar og -dalar. Det fører då også til at dei to utstrålte bølgjene mot venstre, den symmetriske og den antisymmetriske, veg kvarandre opp. Dessutan må dei to svingemodiane ha rett fase i forhold til den innkomande bølga, slik at dei bølgjene som strålar mot høgre (kurvene b og c), har bølgetopp der den innkomande bølga (kurve a) har bølgedal.

Energiopptak med berre ein svingemodus.

For eit tilfelle med berre ein svingemodus, eksempelvis berre hiv, vil den resulterande bølga vera gitt ved superposisjonen (summen) av kurvene a og b i figur 1. Optimal amplitude og fase for hivsvinginga er i dette tilfelle den same som ovanfor, i tilfellet med to svingemodi. Bølga

strålt ut mot venstre og den resulterande bølga mot høgre har då begge ein amplitude som er lik halve amplituden på den innkomande bølga. Etersom bølgeenergien er proporsjonal med kvadratet av bølgeamplituden, vil dette seia at 25 prosent av den innkomande bølgeenergien blir reflektert mot venstre, og at også 25 prosent går vidare mot høgre. Den attverande delen, som er 50 prosent, er den energien som må vera absorbert av BEOen. Og dette er, som nemnt ovanfor, det teoretiske maksimum når det er berre ein svingemodus. - - -



Figur 1. Å absorbera bølger vil seia å generera bølger. Kurve a representerer ei uforstyrta innkomande bølge. Kurve b illustrerer symmetrisk bølgegenerering (på vatn som elles er i ro) med ei strak rekkje av små flytande kroppar, som har innbyrdes lik avstand, og som svingar i hiv (opp og ned). Kurve c illustrerer antisymmetrisk bølgegenerering. Kurve d, som representerer superposisjonen (summen) av dei tre bølgjene ovanfor, illustrerer fullstendig absorpsjon av den innkomande bølgeenergien.