

UNIVERSITETET I TRONDHEIM  
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE  
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:

Navn: Georg André

Tlf.: 3413

EKSAMEN I FAG 74125 - FYSIKK

Avd. 4 og 9 (Elektro- og Datateknikk/Økonomiske- og administrative fag)

*Omsdag* 11. August 1993

Tid: kl. 0900-1500

Tillatte hjelpemidler: Godkjent lommekalkulator

K.J. Knutsen: Formler og data i fysikk

O.H. Jahren og K.J. Knutsen: Formelsamling i matematikk

K. Rottmann: Mathematische Formelsammlung

S. Barrett og T.M. Cronin: Mathematical Formulae

Oppgave 1

En streng med masse pr. lengdeenhet  $\mu = 6,00 \cdot 10^{-3}$  kg/m oscillerer med transversell forskyvning

$$D = 0,100 \sin 4\pi x \cos 10\pi t$$

der alle størrelser er gitt i SI-enheter.

- a) Oscillasjonen er en superposisjon av to bølger med samme amplitude og hastighet
  - i. Vis hvordan vi kan komme fram til den gitte oscillasjon
  - ii. Hvor stor er amplituden  $D_m$  for de to bølgene?
  - iii. Hvor stor er bølgenes hastighet  $v$ ?
- b) Finn avstanden  $L$  mellom to naboknuter.
- c) Finn stramningen (tensjonen)  $F$  i strengen.
- d)
  - i. Finn forskyvningen  $D$  og den transverselle hastighet  $u$  ved koordinaten  $x_1 = 0,500$  m og  $t_1 = 3,05$  s,  $x_2 = 0,625$  m og  $t_2 = 2,00$  s,  $x_3 = 0,625$  m og  $t_3 = 2,05$  s. Kommenter resultatet.
  - ii. Hvor stor er oscillasjonens hastighet langs strengen?
- e) Beregn den totale energi  $E$  mellom to naboknuter.

Oppgave 2

En to-atomig ideell gass er innesluttet i en varmeisoleret beholder. Beholderen inneholder  $n$  mol molekyler.

- a) Beholderen har et stempel, og gassen utfører en reversibel adiabatisk utvidelse fra begynnelsestilstand  $p_1, V_1, T_1$  til en slutt-tilstand  $p_2, V_2, T_2$ .
- i. Hvor stort arbeid  $W$  utfører gassen uttrykt ved temperaturene  $T_1$  og  $T_2$ , antall mol molekyler  $n$  og molar varmekapasitet  $c_v$ .
  - ii. Hva er gassens entropiforandring  $\Delta S_g$ , omgivelsens entropiforandring  $\Delta S_o$  og universets entropiforandring  $\Delta S_u$ ?
- b) Gassen er i en varmeisoleret beholder og i samme begynnelsestilstand  $p_1, V_1, T_1$  som i a). Gassen utfører en fri, adiabatisk utvidelse til samme volum  $V_2$  som i a).
- i. Finn slutt-trykk  $p_3$  og slutt-temperatur  $T_3$ .
  - ii. Beregn universets entropiforandring  $\Delta S_u$  uttrykt ved antall mol molekyler  $n$ , molar varmekapasitet ved konstant volum  $c_v$  og temperaturene  $T_1$  og  $T_2$  fra a).

Oppgave 3

I NaCl-molekylet vil det ytre elektronet fra Na-atomet være rundt Cl-atomet nær hele tiden. Dette resulterer i en elektrostatiske tiltrekning mellom de to ladede ioner og danner en ionebinding. Som en tilnærming betrakter vi de to ioner hver i tallverdi med netto ladning  $1e$ , der  $e$  er elementærladningen.

Til å danne et  $\text{Na}^+$ -ion av et Na-atom kreves det energien  $5,14 \text{ eV}$ , og energien  $3,61 \text{ eV}$  blir frigjort ved dannelsen av et  $\text{Cl}^-$ -ion av et Cl-atom. Bindingslengden (ved minimum potensiell energi) mellom  $\text{Na}^+$  og  $\text{Cl}^-$  er  $r_0 = 0,24 \text{ nm}$ .

- i. Beregn bindingsenergien for NaCl-molekylet.
- ii. Skisser den potensielle energi  $U$  i en graf for dannelsen av NaCl-bindingen som funksjon av avstanden  $r$  mellom Na og Cl.

Oppgave 4

- a) For en partikel med masse  $m$  og hastighet  $v_x$  som beveger seg langs  $x$ -aksen, kan man av Schrödingers tidsavhengige ligning utlede

$$\frac{\partial}{\partial t} (\psi^* \psi) = \frac{i\hbar}{2m} \frac{\partial}{\partial x} \left( \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \right)$$

der  $\psi$  er bølgefunksjonen og  $\psi^*$  er den komplekst konjugerte. Størrelsen

$$S_x = - \frac{i\hbar}{2m} \left( \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \right)$$

kalles sannsynlighetsstrømtetthet. Ligningen kan skrives

$$\frac{\partial}{\partial t} (\psi^* \psi) = - \frac{\partial S_x}{\partial x}$$

Vis at for en plan bølge

$$\psi(x, t) = A e^{ikx - i\omega t}$$

er

$$S_x = \frac{\hbar k}{m} (\psi^* \psi) = v_x \psi^* \psi$$

- b) Når et elektron beveger seg mot overflaten av et metall, vil elektronet tiltrekkes av metallet med et skarpt potensialfall nær metallens overflate. Modellen er et elektron med masse  $m$  som beveger seg med totalenergi  $E$  langs  $x$ -aksen fra negative verdier av  $x$  mot større verdier av  $x$  gjennom et potensialtrinn, slik at elektronets potensielle energi

$$\begin{aligned} U &= 0 && \text{for } x < 0 \\ U &= -U_0 && \text{for } x > 0 \end{aligned}$$

der  $U_0$  er en positiv konstant.

- i. Still opp Schrödingers ligning for de to områder. Gjør kort greie for at løsningen av de to ligninger er

$$\psi_1 = A e^{ik_1 x} + B e^{-ik_1 x} \quad \text{for } x < 0$$

$$\psi_2 = C e^{ik_2 x} \quad \text{for } x \geq 0$$

- ii. Beregn ved hjelp av skjøtningsbetingelsene (kontinuitetsbetingelsene)

refleksjonsevnen 
$$R = \frac{|B|^2}{|A|^2}$$

og

transmisjonsevnen 
$$T = \frac{v_2 |C|^2}{v_1 |A|^2}$$

der  $v_1$  er elektronets hastighet for  $x < 0$  og  $v_2$  elektronets hastighet for  $x > 0$ .

- iii. Regn ut  $R + T$ . Kommenter resultatet. Vis at  $v_1 |A|^2 - v_1 |B|^2 = v_2 |C|^2$ .
- iv. Hva er sannsynlighetsstrømtettheten  $S_x$  i området  $x > 0$  Da systemet ikke har kilder eller sluk, må sannsynlighetsstrømtettheten  $S_x$  i de to områder være like. Hva er da sannsynlighetsstrømtettheten  $S_x$  i området  $x < 0$  uttrykt ved størrelser karakteristisk for området?