UNIVERSITETET I TRONDHEIM
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Georg André
Tlf.: 3413

EKSAMEN I FAG 74125 - FYSIKK
Avd. 4 og 9 (Elektro- og Datateknikk/Økonomiske- og administrative fag)
Lørdag 15. mai 1993
Tid: kl. 0900-1500

Tillatte hjelpemidler: Godkjent lommekalkulator
K.J. Knutsen: Formler og data i fysikk
O.H. Jahren og K.J. Knutsen: Formelsamling i matematikk
K. Rottmann: Mathematische Formelsammlung
S. Barrett og T.M. Cronin: Mathematical Formulae

Oppgave 1

En plan, longitudinal bølge med forskyvning $D = D_m \sin(kx-\omega t)$ beveger seg langs en lang, spent stålstreng med et endelig tverrsnitt. Bølgens amplitude $D_m = 1{,}0\cdot 10^{-4}$ m og frekvens $f = 1000$ Hz. Etter definisjonen av elastisitetsmodulen vil forandringen av spenningen (kraften pr. flateenhet) som skyldes bølgen ved et bestemt tidspunkt være $\sigma = E(dD/dx)$ der E er elastisitetsmodul (Youngs modul).

a) Hva er den største foranding av spenningen σ_m som oppstår i strengen og som skyldes bølgen?

b) Finn den midlere intensitet I i bølgen.

c) Finn midlere energitetthet (energi pr. volumenhet) $\bar{w}$ i bølgen.

d) Midlere enegitetthet $\bar{w}$ har bidrag både fra kinetisk og potensiell energi. Betrakt et masseelement dm av strengen og still opp et uttrykk for elementets kinetiske energi dE_k. Utled av dette den midlere energitetthet $\bar{w}_k$ som skyldes bidraget fra kinetisk energi. Hvor stor er da den midlere energitetthet $\bar{w}_p$ som skyldes den potensielle energi?

Data for stål : Elastisitetsmodul $E = 2{,}0\cdot 10^{11}$ N/m^2
Tetthet : $\varrho = 8{,}0\cdot 10^3$ kg/m^3

Oppgave 2

a) i. Finn antall luftmolekyler pr. volumenhet (partikkeltettheten) n_V i atmosfæren for 1 mol molekyler ved standard temperatur ($T_0 = 273$ K) og trykk ($p = 1{,}013 \cdot 10^5$ Pa).

ii. Beregn middel fri vei l_m for molekylene.

iii. Fri vei i en gass er statistisk fordelt. Sannsynligheten for at et molekyl gjennomløper fri vei mellom x og x+dx er $p(x)dx = dn/n = \alpha\, e^{-\alpha x}\, dx$

1. Vis ved beregning av middel fri vei at $l_m = 1/\alpha$.

2. Finn brøkdelen av fri vei som er mindre enn l_m og hvilken som er større enn l_m.

b) Luftmolekylene fra a) diffunderer fra en åpning til et indre volum gjennom et tynt rør som er $L = 2{,}0 \cdot 10^{-3}$ m langt og har et tverrsnitt $A = 2{,}0 \cdot 10^{-9}$ m^2. Partikkeltettheten i luften inne i volumet er halvparten av den på utsiden i atmosfæren.

i. Finn diffusjonskonstanten D.

ii. Beregn partikkelstrømtettheten J av diffusjonen.

iii. Finn diffusjonstiden t.

c) Lufttrykket i b) er konstant mens temperaturen nå er blitt $T_1 = 293$ K. Beregn diffusjonskonstanten D_1 ved denne temperatur.

Luftmolekylets diameter er $d = 3{,}0 \cdot 10^{-10}$ m, og midlere molekylmasse $m = 29$ u.

Oppgave 3

En kvantemekanisk partikkel med masse m oscillerer harmonisk med sirkelfrekvens ω. Den harmoniske oscillator beskrives ved energioperatoren $E_{op} = (-\hbar^2/2m)(\partial^2/\partial x^2) + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$

a) Vis at $\psi(x) = Ax\exp(-m\omega x^2/2\hbar)$ er en egenfunksjon av E_{op}, og bestem den tilhørende egenverdi E.

b) Finn A ved normering av egenfunksjonen.

c) Hva er forventningsverdien av x for tilstanden beskrevet av $\psi(x)$? Beregn ubestemtheten Δx av x.

d) Hva er forventningsverdien av partikkelens impuls p? Beregn ubestemtheten Δp av p.

e) Hvor stor er $\Delta x \cdot \Delta p$? Kommenter dette med tanke på Heisenbergs ubestemthets-relasjon.

f) Finn forventningsverdiene av partikkelens kinetiske energi E_k og potensielle energi U.

UNIVERSITETET I TRONDHEIM
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Georg André
Tlf.: 3413

EKSAMEN I FAG 74125 - FYSIKK
Avd. 4 og 9 (Elektro- og Datateknikk/Økonomiske- og administrative fag)
Lørdag 15. mai 1993
Tid: kl. 0900-1500

Tillatte hjelpemidler: Godkjent lommekalkulator
K.J. Knutsen: Formler og data i fysikk
O.H. Jahren og K.J. Knutsen: Formelsamling i matematikk
K. Rottmann: Mathematische Formelsammlung
S. Barrett og T.M. Cronin: Mathematical Formulae

Problem 1

A plane, longitudinal wave with displacement $D = D_m \sin(kx-\omega t)$ propagates along a long, stretched string of steel with a non negligible cross-section. The amplitude of the wave is $D_m = 1{,}0 \cdot 10^{-4}$ m and the frequency f = 1000 Hz. According to the definition of the elastic modulus the change of the stress (force per unit area) due to the wave at a certain time is $\sigma = E(dD/dx)$ where E is the elastic modulus (Youngs modulus).

a) What is the maximum change in the stress σ_m in the string due to the wave?

b) Calculate the mean intensity I in the wave.

c) Calculate the mean energy density (energy per unit volume) $\bar{w}$ in the wave.

d) The mean energy density $\bar{w}$ has contributions both from kinetic and potential energy. Consider a mass element dm of the string and write down an expression for the kinetic energy dE_k for the mass element. Deduse from the expression the mean energy density $\bar{w}_k$ due to the contribution from the kinetic energy. What is then the mean energy density $\bar{w}_p$ due to the contribution from the potential energy?

Data for steel :	Elastic modulus $E = 2{,}0 \cdot 10^{11}$ N/m^2
Density :	$\varrho = 8{,}0 \cdot 10^3$ kg/m^3

Problem 2

a) i. Calculate the number of air molecules per unit volum (particle density) n_V in the atmosphere for 1 mol of molecules at standard temperature (T_0 = 273 K) and pressure ($p = 1{,}013 \cdot 10^5$ Pa).

ii. Calculate the mean free path l_m of the air molecules.

iii. Free path of a gas is distributed statistically. The probability for a molecule to have free path between x and x+dx is $p(x)dx = dn/n = \alpha\, e^{-\alpha x}\, dx$

1. Show by calculation of the mean free path that $l_m = 1/\alpha$.

2. Calculate the fraction of free path which is less than l_m and the fraction which is larger than l_m.

b) The air molecules from a) diffuse from an opening to the interior volume through a tiny tube which is $L = 2{,}0 \cdot 10^{-3}$ m long and has a cross-section $A = 2{,}0 \cdot 10^{-9}$ m^2. The particle density in the interior volume is half of the density in the outside atmosphere.

i. Calculate the diffusion constant D.

ii. Calculate the particle current density J of the diffusion.

iii. Calculate the diffusion time t.

c) The air pressure in b) is constant while the temperature now is changed to T_1 = 293 K. Calculate the diffusion constant D_1 for this temperature.

The diameter of the air molecules is $d = 3{,}0 \cdot 10^{-10}$ m, and the mean mass of the molecule is m = 29 u.

Problem 3

A quantum mechanical particle with mass m oscillates harmonicly with an angular frequency ω. The harmonic oscillator is described by the energy operator $E_{op} = (-\hbar^2/2m)(\partial^2/\partial x^2) + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$

a) Show that $\psi(x) = Ax\exp(-m\omega x^2/2\hbar)$ is an eigenfunction of E_{op}, and calculate the corresponding eigenvalue E.

b) Calculate A by normalizing the eigenfunction.

c) What is the expectation value of x for the state described with $\psi(x)$? Calculate the uncertainty Δx av x.

d) What is the expectation value of the momentum p of the praticle? Calculate the uncertainty Δp av p.

e) What is the value of $\Delta x \cdot \Delta p$? Comment on the result keeping in mind the Heisenberg's uncertainty principle.

f) Calculate the expectation values of the kinetic energy E_k and the potensial energy U of the particle.