UNIVERSITETET I TRONDHEIM
NOREGS TEKNISKE HØGSKOLE
INSTITUTT FOR FYSIKK

Fagleg kontakt under eksamen:
Namn: Johannes Falnes
Telefon: 3452

EKSAMEN I FAG 74125 - FYSIKK

Fakultet 4 og 9 (Elektro- og Datateknikk/Økonomi og Arbeidslivsvitskap)
Fredag 26. august 1994
Tid: kl. 0900-1500

Tillatne hjelpemiddel:
- Godkjend lommekalkulator
- K.J. Knutsen: Formler og data i fysikk
- O.H. Jahren og K.J. Knutsen: Formelsamling i matematikk
- K. Rottmann: Mathematische Formelsammlung
- S. Barrett and T.M. Cronin: Mathematical Formulae

Opplysningar som det kanskje blir bruk for, og som kandidaten sjølv må tolka, og som kan reknast som kjent under oppgåveløysinga:

$m_p = 1{,}67\cdot 10^{-27}$ kg
$m_e = 9{,}11\cdot 10^{-31}$ kg
$e = 1{,}60\cdot 10^{-19}$ C
$h = 2\pi\hbar = 6{,}63\cdot 10^{-34}$ Js
$c = 3{,}00\cdot 10^{8}$ m/s
$\varepsilon_o = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ C^2/Nm^2

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$$

$$W_{isot} = p_1V_1\ln(V_2/V_1) = p_2V_2\ln(V_2/V_1)$$

$$W_{adiab} = \frac{1}{\gamma-1}(p_1V_1 - p_2V_2)$$

$$p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma} \qquad \gamma = 1{,}40 \text{ for luft}$$

$$\omega_o^2 = S_o/m \qquad \delta = b/2m \qquad \omega_d^2 = \omega_o^2 - \delta^2$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \omega_o^2 x = 0$$

$$x(t) = C_1 e^{-\delta t} \cos(\omega_d t + C_2)$$

$$1 = \iiint |\psi|^2 dV \quad \text{der} \quad \psi = \psi(x,y,z) \quad \text{eller} \quad \psi = (r,\theta,\phi)$$

$$\text{Når} \quad \partial\psi/\partial\theta = 0 \quad \text{og} \quad \partial\psi/\partial\phi = 0 \quad \text{gjeld} \quad \iiint |\psi|^2 dV = \int_0^\infty |\psi(r)|^2 \, 4\pi r^2 dr$$

$$T = 2\pi/\omega \qquad \lambda = 2\pi/k$$

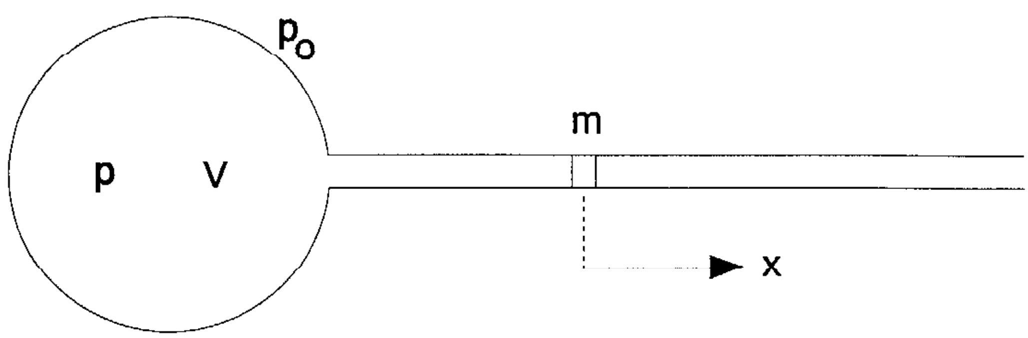
$$v_f = \omega/k \qquad v_g = d\omega/dk$$

$$\int x^2 e^{ax} dx = \frac{1}{a^3}(a^2x^2 - 2ax + 2)e^{ax} + C$$

$$(1 + x)^p = 1 + px + \frac{p(p-1)}{1\cdot 2} x^2 + \frac{p(p-1)(p-2)}{1\cdot 2\cdot 3} x^3 + \ldots$$

$$e^x = 1 + x + \frac{1}{2!} x^2 + \frac{1}{3!} x^3 + \ldots$$

Oppgåve 1



Eit stempel i ein sylindrisk "flaskehals" stengjer inne ei luftmengd som har volum V og trykk p. Stempelet har tverrsnittsareal $A = 10^{-4}$ m^2, masse m = 0,05 kg og mekanisk resistans (dempingskonstant) b = 0,05 Ns/m. (Ein går altså ut frå at dempingskrafta er proporsjonal med den farten stempelet har i høve til sylinderveggen). I likevekt har den innestengde lufta eit volum $V_o = 10^{-3}$ m^3, og ho har same temperaturen T_o = 295 K og same trykket $p_o = 10^5$ Pa som lufta utanfor. Ein skal gå ut frå at talverdiane ovanfor er gitt med tre gjeldande siffer, og ein skal skriva opp talsvara med tilsvarande mange gjeldande siffer.

(a) Gå no ut frå at stempelet er trekt eit vegstykke x ut frå likevektsstillinga. Dersom veggene i luftbehaldaren er fullstendig varmeisolerande, kor stort er då det arbeidet som må tilførast stempelet, uttrykt ved x, A, V_o, p_o og γ? Rekn og ut talsvar, når x = - 0,100 m. (Hugs på at både "innelufta" og "utelufta" trykkjer på stempelet - på kvar si side).

(b) Finn tilsvarande arbeidet for det tilfellet at veggene var så lite varmeisolerande at lufttemperaturen heile tida var den same inni og utanfor behaldaren.

(c) Heretter går vi ut frå at vi har fullstendig varmeisolasjon. Finn den tilbakeføringskrafta F_S (fjørkrafta) som prøver å dra stempelet tilbake til likevekt, uttrykt ved x, A, V_o, p_o og γ. Rekn ut numerisk vedi når x = - 0,100 m.

(d) Vi skriv $F_S = - S(x)x$ og kallar S(x) for stivheten (fjørkonstanten) til luftfjøra. Vis at for små utsving kan vi rekna med ein konstant stivhet

$$S_o = \gamma p_o A^2/V_o$$

(e) Rekn ut kor stor x må vera for at S(x) skal avvika frå S_o med 1%.

(f) Stempelet blir sett i frie svingingar. Vi skal heretter rekna med små utsving. Finn bokstavuttrykk og talsvar for vinkelfrekvensen ω_o for det tilfellet at svingingane er udempa (noko som svarar til at vi set dempingsresistansen til null, b = 0). Finn dessutan bokstavuttrykk og talsvar for den tida T_d som (når b > 0) går mellom to gonger det dempa utsvinget har positivt maksimum.

(g) Vi skal no sjå på eit tilfelle der likevektsvolumet har ein ukjent verdi V′ i staden for V_o, medan alle andre parametrar er som før. Stempelet blir sett i frie svingingar, som dempest ut etter kvart. Det blir målt ei tid T'_d = 2,00 s mellom to etterfølgjande gonger stempelet er i sitt maksimalutsving til same sida. Finn den nye stivheten S′ og det ukjente volumet V′ uttrykt ved γ, A, p_o, m, b og T'_d. Rekn ut talsvar for V′. Skriv også opp bokstavuttrykk og talverdiar for eigenfrekvensen $\omega'_0 = (S'/m)^{1/2}$ og for dempingskoeffisienten $\delta = b/2m$.

(h) Dersom likevektsvolumet blir stort nok, vil den frie dempa svingerørsla gå over til å bli aperiodisk (overkritisk dempa). Finn den minste verdien V″ volumet må ha for at dette skal skje. Gå så ut frå at likevektsvolumet er V″/2. Så tenkjer vi oss at m og b aukar proporsjonalt med kvarandre til nye verdiar m′ og b′ (der m′/b′ = m/b) slik at svingerørsla blir kritisk dempa. Finn den faktoren m′/m som dei må aukast med.

Oppgåve 2

Bølgjefunksjonen for elektronet i eit H-atom som er i grunntilstanden, er

$$\psi(r) = C \exp\{- r/r_o\}$$

(a) Vis at $\psi(r)$ oppfyller den tidsuavhengige Schrödinger-likninga

$$-\frac{\hbar^2}{2mr^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\psi(r)}{dr}\right)-\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\psi(r)=E\psi(r)$$

Forklar kva symbola $\hbar$, m, ε_0 og q står for her. Bestem konstantane r_0 og E uttrykt ved desse symbola. Rekn og ut numeriske verdiar. Kva kallar vi storleikane r_0 og E?

(b) Finn den radielle sannsynsfordelinga

$$P_r = 4\pi r^2|\psi(r)|^2$$

uttrykt ved C, r_0 og r, og bestem den verdien av r der P_r har sitt maksimum, uttrykt ved r_0.

(c) Bestem konstanten C slik at bølgjefunksjonen $\psi(r)$ er normalisert. Finn deretter maksimalverdien $P_{r,max}$ av den radielle sannsynstettleiken, uttrykt ved $\hbar$, ε_0, m og q.

(d) Finn sannsynet for at elektronet er innanfor ei kule med radius r (uttrykt ved r/r_0).

(e) Kor stort (i numerisk verdi) er sannsynet for at elektronet er utanfor ei kule med radius $r = r_0$ respektivt $r = 2r_0$?

(f) Radien for hydrogenkjernen (protonet) er $r_p = 1{,}10\cdot10^{-15}$ m. Rekn ut numerisk verdi for sannsynet for å finna elektronet innanfor kjernen, når vi, som ei tilnærming, går ut frå at resultata vi har funne ovanfor, er gyldige også når $r < r_p$.

Oppgåve 3

For overflatebølgjer på vatn er fasefarten $v_f = \lambda/T$ avhengig av bølgjeperioden T og dermed av bølgjelengda λ. Dersom $\lambda > 1$ m , og dersom vassdjupna er større enn ei halv bølgjelengd, gjeld at

$$v_f = \frac{g}{2\pi}T$$

der $g = 9{,}81$ m/s^2 er tyngdeakselerasjonen.

(a) Finn, ut frå dette, den funksjonelle samanhengen mellom T og λ og mellom vinkelfrekvensen ω og vinkelrepetensen k. Vis så at gruppefarten $v_g = d\omega/dk$ er halvparten av fasefarten. Rekn ut numeriske verdiar for λ, v_f og v_g når T = 10 s og når T = 16 s.

(b) Det er stille i Nordishavet, men så blir det brått ein storm 300 km nord for Nordkapp. Kor mange timar går det då før ein ved Nordkapp kan registrera dønningar (havbølgjer som er tilnærma sinusforma) med periode T = 16 s? (Gå ut frå at Nordishavet er djupt nok til at formelen ovanfor for v_f kan brukast).

kortfatta

Oppgåve 4

Svar på følgjande spørsmål:

(a) Forklar kva ein meiner med "kritisk punkt" og "trippelpunkt" i varmelæra.

(b) Forklar kva Paulis eksklusjonsprinsipp går ut på, og kva Fermi-nivået er.

(NB: Det krevst ikkje formlar eller matematiske utleiingar i oppgåve 4. Hovudsaka er at kandidatane får tydeleg vist at dei veit det som det er spurt om. Bruk gjerne figurar til forklaringane).