NOREGS TEKNISK-NATURVITSKAPLEGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Fagleg kontakt under eksamen:
Namn: Johannes Falnes
Telefon: 93452

EKSAMEN I FAG 74125 - FYSIKK

Fakultet 4 og 9 (Elektro- og datateknikk/Økonomi og arbeidslivsvitskap)
Torsdag 30. mai 1996
Tid: kl. 0900-1500

Tillate hjelpemiddel: Godkjend lommekalkulator

Opplysningar som det kanskje blir bruk for, og som kandidaten sjølv må tolka:

$m_p = 1{,}67\cdot10^{-27}$ kg
$m_e = 9{,}11\cdot10^{-31}$ kg
$e = 1{,}60\cdot10^{-19}$ C
$h = 2\pi\hbar = 6{,}63\cdot10^{-34}$ Js
$c = 3{,}00\cdot10^{8}$ m/s
$k = 1{,}38\cdot10^{-23}$ J/K
$R = 8{,}315$ J/(mol·K)

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = F(t)$$

$$x = Ae^{-\delta t}\cos(\omega_d t + \phi)$$

$$\delta = b/2m \qquad \omega_d^2 = \omega_0^2 - \delta^2 \qquad \omega_0^2 = k/m$$

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

$$y = f(t-x/c) + g(t+x/c)$$

$$c = v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} \qquad v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

$$v_f = \sqrt{F/\mu} \qquad v_f = \sqrt{E/\rho} \qquad v_f = \sqrt{B/\rho} \qquad v_f = \sqrt{\gamma p_0/\rho_0} \qquad v_f = \frac{g}{2\pi}T$$

$$pV = NkT = nRT$$

$$Q = mc\,\Delta T \qquad Q = ml$$

$$dU = \delta Q - \delta W$$

$$U = N(\frac{1}{2}m\overline{v^2}) = \frac{3}{2}nRT$$

$$e = 1 - T_L/T_H$$

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

Når $F = F(x,p_x)$ er $F_{op} = F(x, -i\hbar\,\partial/\partial x)$

$$\langle F \rangle = \int \Psi^*(x,t) F_{op} \Psi(x,t) dx$$

$$H = \frac{p_x^2}{2m} + U(x)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + U(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

Når $F = F(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p})$ er $F_{op} = F(\boldsymbol{r}, -i\hbar\nabla)$

$$H = \frac{p^2}{2m} + U = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m} + U(x,y,z)$$

$$i\hbar\frac{\partial \Psi}{\partial t} = H_{op}\Psi$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\psi(r)}{dr}\right) + U(r)\psi(r) = E\psi(r)$$

$$U(r) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad P_r(r) = 4\pi r^2|\psi(r)|^2$$

$$(\Delta x)(\Delta p) \geq \hbar/2$$

$$L = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar \qquad L_z = m_l\hbar \qquad 0 \leq l \leq n-1 \qquad |m_l| \leq l$$

$$\boldsymbol{\mu} = -\frac{1}{2}\frac{e}{m}\mathbf{L} \qquad F_z = -\frac{dU}{dz} = \mu_z\frac{dB_z}{dz} \qquad \mu_z = -\mu_B m_l$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S} \qquad J = \sqrt{j(j+1)}\,\hbar \qquad j = l \pm s = l \pm 1/2$$

$$\sin(u-v) + \sin(u+v) = 2\sin u\cos v$$

$$\cos(u-v) + \cos(u+v) = 2\cos u\cos v$$

$$\cos(u-v) - \cos(u+v) = 2\sin u\sin v$$

$$(1+x)^p = 1 + px + \frac{p(p-1)}{1\cdot 2}x^2 + \frac{p(p-1)(p-2)}{1\cdot 2\cdot 3}x^3 + \ldots$$

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}} \qquad (a > 0, \qquad n = 1,2,3,4,\ldots)$$

$$\int x^m e^{bx} dx = \frac{x^m e^{bx}}{b} - \frac{m}{b}\int x^{m-1} e^{bx} dx$$

$$\int x^m e^{bx} dx = e^{bx} \sum_{r=0}^{m} (-1)^r \frac{m!\ x^{m-r}}{(m-r)!\ b^{r+1}}$$

Oppgåve 1

For kulesymmetriske bølgjefunksjonar, slik som t.d. gjeld for s-tilstandar i H-atomet, kan den tredimensjonale, tidsuavhengige Schrödinger-likninga forenklast til

$$E\psi(r) = -\frac{\hbar^2}{2m_e}\nabla^2\psi(r) + U(r)\psi(r) = -\frac{\hbar^2}{2m_e}\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d}{dr}\psi(r)\right) + U(r)\psi(r)$$

etter di både U og ψ er uavhengige av θ og ϕ, dvs. to av dei tre kulekoordinatane r, θ og ϕ. For H-atomet gjeld

$$U(r) = \frac{-e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

og bølgjefunksjonen for grunntilstanden er

$$\psi(r) = \psi_a(r) \equiv A_a e^{-r/r_0}$$

der

$$A_a = (\pi r_0^3)^{-1/2}$$

(a) Vis at denne bølgjefunksjonen passar i Schrödinger-likninga, og finn Bohr-radien r_0 og grunntilstandsenergien (lågaste energinivå) E_a uttrykte ved h, m_e, e og ε_0. Rekna også ut numeriske verdiar på r_0 og E_a.

(b) Vis at også bølgjefunksjonen

$$\psi(r) = \psi_b(r) \equiv A_b(2 - \frac{r}{r_0})e^{-r/2r_0}$$

der A_b er ein konstant, oppfyller Schrödinger-likninga, og finn den tilsvarande energien $E = E_b$. Kor stort er forholdet (E_b/E_a)?

(c) Skriv opp uttrykk for dei radielle sannsynsstettleikane $P_a(r)$ og $P_b(r)$ som tilsvarar dei to bølgjefunksjonane $\psi_a(r)$ og $\psi_b(r)$. Her skal A_a og r_0, respektivt A_b og r_0 gå inn i svara. Finn dei verdiane av forholdet $\rho = r/r_0$ der P_a er maksimum og minimum og der P_b har sine minima og sine to maksima.

(d) Skisser kurver for $P_a(r)$ og $P_b(r)$, gjerne i same diagrammet. Rekn ut numerisk verdi på $P_a(r_0)$. Finn ut kva for eit av P_b sine to maksimum som er størst. Skriv opp, uttrykt ved Bohr-radien r_0, den mest sannsynlege avstanden r_a, respektivt r_b, som elektronet, i kvar av dei to tilstandane, har frå atomkjernen.

(e) Bestem konstanten A_b (uttrykt ved r_0) slik at A_b er reell og positiv, og slik at $\psi_b(r)$ også er normalisert.

(f) Vi skal gå ut frå at protonet (hydrogenkjernen) har ein radius $r_p = 1{,}10 \cdot 10^{-15}$ m og at bølgjefunksjonane $\psi_a(r)$ og $\psi_b(r)$ er gyldige også for $r < r_p$. For begge desse tilfella skal det reknast ut numerisk verdi på sannsynet for at elektronet er innanfor kjernen i hydrogenatomet.

Oppgåve 2

I denne oppgåva skal det reknast med at den spesifikke varmekapasiteten er $c_0 = 4{,}2$ kJ/kg·K for vatn og $c_1 = 0{,}45$ kJ/kg·K for stål. For is skal ein rekna med spesifikk varmekapasitet $c_3 = 2{,}1$ kJ/kg·K, og spesifikk smeltevarme $l_F = 333$ kJ/kg. Trykket er 1 atm. Ein skal rekna med at kalorimetret er fullstendig varmeisolert frå omgjevnaden etter at stål, respektivt stål og is, er blitt plassert i vatnet. Ein skal sjå bort frå varmekapasiteten til lufta over vatnet.

(a) Eit kalorimeter med varmekapasitet $C_c = 4{,}0$ kJ/K inneheld $m_0 = 50$ kg vatn, og temperaturen er $t_0 = 25$ °C. Så blir $m_1 = 0{,}90$ kg stål med temperatur $t_1 = 950$ °C plassert ned i vatnet. Finn den nye likevektstemperaturen t_2.

(b) Finn kva den nye likevektstemperaturen t_4 ville ha vore dersom det i tillegg til stålet også hadde blitt plassert $m_3 = 9{,}0$ kg is med temperatur $t_3 = -10$ °C ned i vatnet.

(c) For tilfellet (a) finn endringa i entropi (1) for vatnet med kalorimetret, ΔS_0, (2) for jernet, ΔS_1 og (3) for universet ΔS_a.

(d) For tilfellet (b) finn endringa i entropi (1) for det opphavelege vatnet med kalorimetret, ΔS_0', (2) for jernet ΔS_1', (3) for isen (før og etter smelting), ΔS_3, og (4) for universet, ΔS_b.

Oppgåve 3 ("Fleip eller fakta?")

Ein del av påstandane på det vedlagde arket er rette, og andre av dei er galne. Til kvar påstand svarar ei tom rute (eller fleire tomme ruter) som du skal skriva R eller F i, dersom du meiner at påstanden er rett (R) eller feil (F). Dersom du ikkje veit det, eller dersom det i det heile ikkje går an å seia noko generelt om at påstanden er rett eller feil, kan du skriva spørsmålsteikn (?) i ruta. (Tom rute blir ved sensuren tolka som spørsmålsteikn.) Det er ikkje noko generelt krav om at påstandar eller svar skal kommenterast eller grunngjevast. Det vedlagte arket skal i utfylt stand leverast inn saman med svar på eksamensoppgåvene.

Til opplysning: Det ytre elektronskalet i arsenatomet har elektronkonfigurasjon $4p^3$.

Vedlegg til
eksamensoppgåve 30.05.96
i fag 74125 Fysikk

Studentnr. ________
Fakultet ________
Ark nr. ________

Skriv "R", "?", eller "F" i ruta på høgre sida av påstand som er rett (R) eller feil (F).

(a)	For eit frittsvingande enkelt harmonisk svingesystem ("simple harmonic oscillator") er den naturlege frekvensen (når systemet er udempa), mindre enn den "frekvensen" som det svingar med dersom det er litt demping i systemet.	
(b)	Gruppefarten for bølgjer på djupt vatn er halvparten av fasefarten.	
(c)	For alle slags bølgjer gjeld det generelt at gruppefarten er mindre eller lik fasefarten.	
(d)	Verknadsgraden er større for ein varmekraftmaskin som er reversibel enn for ein som er irreversibel.	
(e_1)	Når lys frå ei punktforma lyskjelde som er plassert ein stad på symmetriaksen for ei sirkulær mørk skive, blir det uopplyst på motsett side av skiva, slik at det - etter geometrisk optikk - er ei kjegleflate som avgrensar den uopplyste delen av rommet frå den opplyste.	
(e_2)	Inne i dette uopplyste rommet, går det - etter bølgjeoptikken - likevel an å finna eit godt opplyst, men svært lite, område (ein sterkt lysande flekk).	
(f_1)	Når lys går gjennom eit optisk diffraksjonsgitter, vil avbøyingsvinkelen auka med forholdet mellom spalteavstanden d og lysbølgjelengda λ.	
(f_2)	Oppløysingsevna for eit optisk diffraksjongitter avheng av forholdet (d/λ), men er uavhengig av kor mange spalter det er i gitteret.	
	La det vera gitt eit krystall av tetraedrisk form. Det er så lite at det inneheld berre omlag 10^6 atom. Alle atom er silisiumatom, bortsett frå at det midt i krystallet er eit einaste arsenatom:	
(g_1)	Krystallet er ein halvleiar av *p*-type.	
(g_2)	Dersom temperaturen er -273,15 °C (0 K), er kjernen av arsenatomet absolutt i ro midt i krystallet?	

Følgjande overgangar melom tilstandar i eit atom er tillatne:

(h_1)	4d til 3p		(h_4)	3s til 2s		(h_7)	3s til 1p	
(h_2)	4d til 2p		(h_5)	3s til 1s		(h_8)	2s til 1p	
(h_3)	4d til 1s		(h_6)	3s til 2p		(h_9)	2s til 1s	

(i) Vi skal gå ut frå at trykket er 1 atm. eller at det endrar seg berre lite (infinitesimalt) frå 1 atm. Då gjeld: Varmekapasiteten er større ved konstant trykk enn ved konstant volum

Stoff \ Temperatur	2 °C	20 °C
luft		
vatn		

Skriv "R", "?", eller "F" i dei fire tomme rutene i tabellen til venstre.