DY 125 Fysikk (FY429) 20/8. 97

Oppgave 1

a) Pauli-prinsippet: To elektroner kan ikke samtidig være i en tilstand med identiske kvantetall.

b) $$E = \frac{\hbar^2}{2m} (2\pi)^2 \left[\left(\frac{n_x}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{L_y}\right)^2 \right]$$

c) Enten er $n_x = 1 \quad n_y = 2$

nest laveste nivå, eller

$n_x = 2 \quad n_y = 1$

nest laveste nivå

Generelt er $(n_x = 2,\ n_y = 1)$
$(n_x = 1,\ n_y = 2)$

tilstander med forskjellige energier

Derfor kan det bare være

én partikkel i det nest-laveste nivå $(L_x \neq L_y)$

d) $L_x = L_y = L$: $\quad n_x = 1 \quad n_y = 1 \quad E = 2$

Nest-laveste $\begin{cases} n_x = 2,\ n_y = 1 & E = 5 \\ n_x = 1,\ n_y = 2 & E = 5 \end{cases}$

Tredje laveste $\{ n_x = 2,\ n_y = 2 \quad E = 8$

Det finnes ingen andre kombinasjoner med $E = 8$. En partikkel

Oppgave 2

a) 0. hovedsetning: Dersom legeme A og B er i termisk likevekt med legeme C, er A og B i termisk likevekt

~~Energi~~

1. hovedsetning: Energi er konservert. Den energien som tilføres et system, er lik økningen i dets indre energi pluss det arbeidet det utfører på omgivelsene.

2. hovedsetning: Entropien i et isolert system kan ikke avta

b) 0. hovedsetning: $\underline{\underline{T}}$ temperatur

1. hovedsetning: $\underline{\underline{U}}$ indre energi

2. hovedsetning: $\underline{\underline{S}}$ entropi

c) Ekv. part. prinsippet: Hvert kvadratisk ledd i Hamilton-funksjonen (energifunksjonen) gir et bidrag $\frac{1}{2} k_B$ til spesifikk varme.

d)

$$Z = e^{-\beta E_1} + e^{-\beta E_2}$$
$$= e^{-\beta E_1}\left(1 + e^{-\beta(E_2 - E_1)}\right)$$

$$F = -\frac{1}{\beta}\ln Z$$
$$= -\frac{1}{\beta}\left\{-\beta E_1 + \ln\left(1 + e^{-\beta(E_2 - E_1)}\right)\right\}$$
$$= E_1 - \frac{1}{\beta}\ln\left(1 + e^{-\beta\Delta}\right), \quad \underline{\underline{\Delta = E_2 - E_1}}$$

$\beta \to \infty$:

$$\underline{\underline{F = E_1}}$$

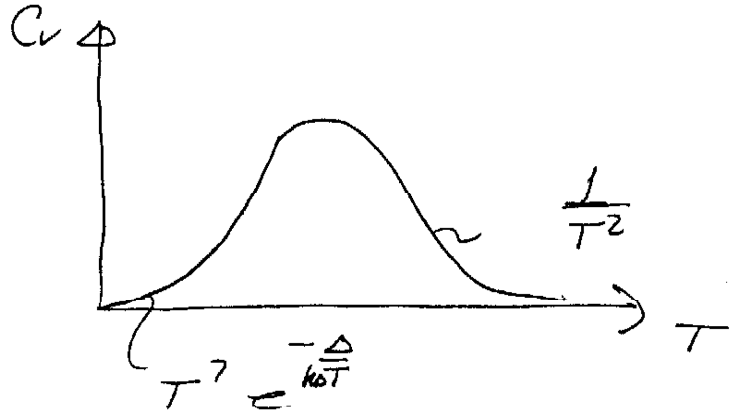
e)

$$U = -\frac{\partial}{\partial\beta}\ln Z = \frac{E_1 e^{-\beta E_1} + E_2 e^{-\beta E_2}}{e^{-\beta E_1} + e^{-\beta E_2}}$$
$$= -\frac{\partial}{\partial\beta}\left\{-\beta E_1 + \ln\left(1 + e^{-\beta\Delta}\right)\right\}$$
$$= E_1 - \frac{1}{1 + e^{-\beta\Delta}}(-\Delta)\, e^{-\beta\Delta}$$

$$\underline{\underline{U = E_1 + \Delta\frac{e^{-\beta\Delta}}{1 + e^{-\beta\Delta}}}} \longrightarrow \underline{E_1} \quad (T \to 0$$

$$\underline{\underline{S = 0}}$$

$$C_V = \frac{\partial U}{\partial T} = -\frac{1}{k_B T^2}\frac{\partial U}{\partial\beta}$$
$$= -\frac{\Delta}{k_B T^2}\frac{1}{\left(1 + e^{-\beta\Delta}\right)^2}(-\Delta)\, e^{-\beta\Delta}$$
$$= \underline{\underline{k_B\left(\frac{x}{\cosh x}\right)^2}}; \quad x = \frac{\beta\Delta}{2}$$



Max C: $\quad \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{x}{\cosh x}\right)^2 = 0$

$$\frac{2x}{\cosh^2 x}\left(1 - x \tanh x\right) = 0$$

$$\underline{\underline{1 = x \tanh x}}$$

f) $\quad T \to 0 \qquad C_v \to 0 \sim \underline{\underline{T^2 e^{-\frac{\Delta}{k_B T^2}}}}$

$\quad T \to \infty \qquad C_v \to 0 \sim \underline{\underline{\frac{1}{T^2}}}$

Oppgave 3

a) y: Utsving av streng fra likevekt.
x: Lengde-koordinat langs strengen
t: tid
v: Hastighet til bølge/puls.

b)
$$\frac{\partial^2 y_1}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} \qquad \cdot \alpha$$

$$\frac{\partial^2 y_2}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y_2}{\partial t^2} \qquad \cdot \beta$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2(\alpha y_1 + \beta y_2)}{\partial t^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\alpha y_1 + \beta y_2) \quad \checkmark$$

c)
$$y_1 = Y_0 \sin(kx - \omega t)$$
$$y_2 = Y_0 \sin(kx - \omega t + \varphi)$$
$$y_1 + y_2 = 2Y_0 \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \sin\left(kx - \omega t + \frac{\varphi}{2}\right)$$
$$D(\varphi) = 2Y_0 \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$
$$G(x,t) = kx - \omega t + \frac{\varphi}{2}$$

d) Max. konstruktiv interferens:
$$\left|\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right| = 1$$
$$\frac{\varphi}{2} = n \cdot \pi$$
$$\underline{\underline{\varphi = 2n\pi}}$$

e) $y(x,t) = 2Y_0 \sin(kx) \cos(\omega t)$

$y(L,t) = 0$ $\quad \sin(kL) = 0$

$kL = \cancel{2}n\pi \quad ; \quad n = \pm 1, \pm 2, \ldots$

(ekskluder triviell løsning)

$$\underline{\underline{k = \frac{\cancel{2}n\pi}{L}}}$$

$$\underline{\underline{k = \overset{3.24}{6.47} \cdot n}} \quad m^{-1}$$

f) $$\boxed{\frac{\partial y}{\partial x} = 0} \quad ; \quad \underline{x = 0,\ x = L \ ; \ \forall t}$$

$\frac{\partial y}{\partial x} = 2Y_0\, k \cos kx \cos \omega t$ $\quad$ Begge $\begin{cases} k \cos k \cdot 0 = 0 \\ k \cos kL = 0 \end{cases}$ $\quad k = 0$ $\quad \begin{cases} k = (2n+1)\frac{\pi}{2} \\ k = 0 \end{cases}$

$$\cancel{kL = (2n+1)\frac{\pi}{2} \quad ; \quad n = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots}$$

$$\cancel{k = (2n+1)\frac{\pi}{2L}}$$

$k \cos(kx) = 0$

$\boxed{k = 0}$

for $x = 0 \Rightarrow k \cdot 1 = 0 \qquad k = 0 \qquad \underline{\underline{y = 0}}$

$\quad\; x = L \qquad k \cos kL = 0 \qquad k = (2n+1)\frac{\pi}{2}$