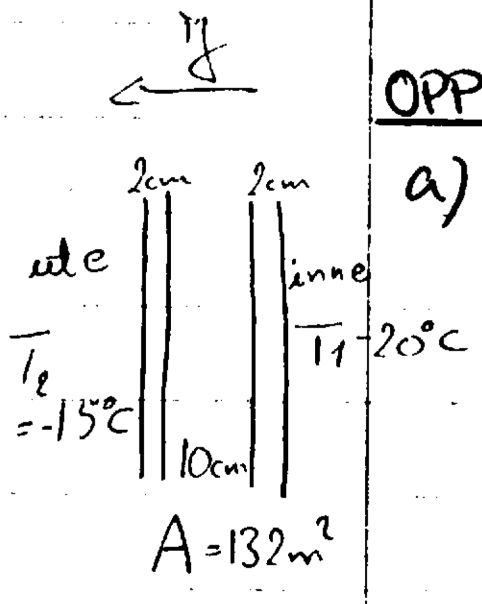
EKSAMEN AUG 91
LØSNING.



OPPGAVE 1

a) Den totale varmeledningsmotstand per m² er gitt som summen av enkeltmotstander (seriekopling)

$$R_{TOT} = \frac{1}{h_i} + \frac{2 d_g}{\lambda_g} + \frac{d_i}{\lambda_i} + \frac{1}{h_u}$$

$$= \frac{1}{8} + 2 \cdot \frac{0{,}02}{0{,}14} + \frac{0{,}1}{0{,}047} + \frac{1}{30} = 2{,}57 \ \frac{m^2K}{W}$$

Den totale varmestrøm er da gitt av

$$\underline{\underline{J_{TOT}}} = \frac{\Delta T}{R_{TOT}} \cdot A = \frac{35}{2{,}57} \cdot 132 = \underline{\underline{1797 \ W}}$$

b) Temperaturfallet over varmeovergangsskiktene er generelt gitt av

$$\Delta T_s = \Delta T \cdot \frac{R_h}{R_{TOT}} = \Delta T \cdot \frac{1/h}{R_{TOT}}$$

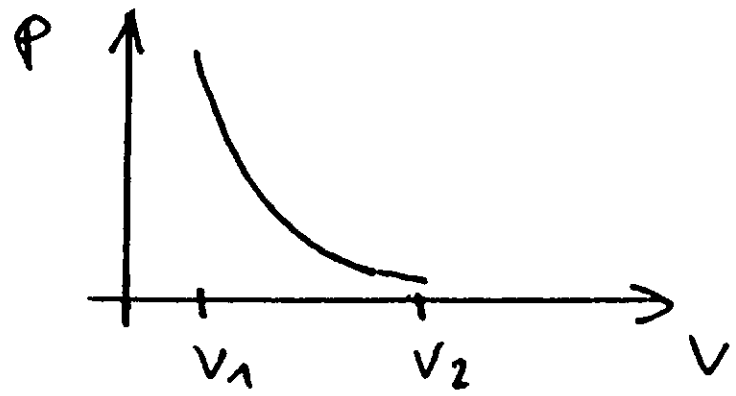
$$\Rightarrow \quad \Delta T_{inne} = 35 \cdot \frac{1/8}{2{,}57} = 1{,}7 \ C$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{T_3}} = 20 - 1{,}7 = \underline{\underline{18{,}3 \ C}}$$

$$\Delta T_{ute} = 35 \cdot \frac{1/30}{2{,}57} = 0{,}5 \ C$$

$$\underline{T_4} = -15 + 0{,}5 = \underline{-14{,}5 \ C}$$

b) En adiabatisk prosess er kjennetegnet ved at den er termisk isolert fra omgivelsene. Det avgis eller mottas ingen varme. $\Delta Q = 0$



Temperaturen før ekspansjonen er gitt av gassligningen

$$p_1 V_1 = nRT_1$$

$\Rightarrow$

$$\underline{\underline{T_1}} = \frac{p_1 V_1}{R \cdot n} = \frac{1{,}01 \cdot 10^5 \; 0{,}121}{5 \cdot 8{,}31} = \underline{\underline{294{,}1 \text{ K}}}$$

Fra adiabatligningen på formen $TV^{\gamma-1} = \text{konst}$ (se formelsamling) fås:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = 294{,}1 \cdot \left(\frac{0{,}121}{0{,}750}\right)^{\left(\frac{7}{5}-1\right)}$$

$$\underline{\underline{T_2 = 141{,}8 \text{ K}}}$$

Endringen i indre energi er gitt av:

$$\Delta U = n C_v \Delta T$$

$$\underline{\underline{\Delta U}} = 5 \cdot \frac{5}{2} R (141{,}8 - 294{,}1) = \underline{\underline{-15800 \text{ J}}}$$

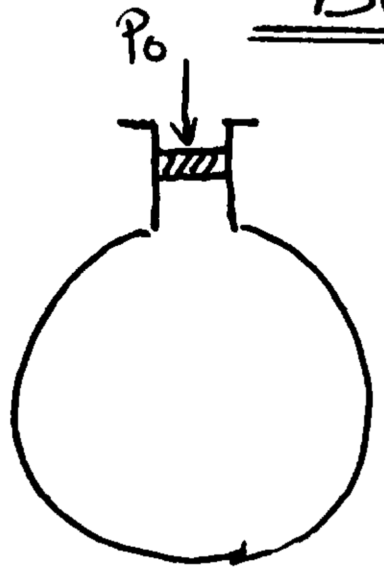
Arbeidet som utføres av gassen er gitt av at prosessen er adiabatisk. Da er $\Delta Q = 0$ og derav $W = -\Delta U$

$$\underline{\underline{W}} = -\Delta U = \underline{\underline{15800\,J}}$$

Energien til å utføre arbeidet blir i sin helhet tatt fra den indre energi

$$\underline{\underline{\Delta Q = 0}}$$

c)



Ved likevekt er trykket i beholderen gitt av:

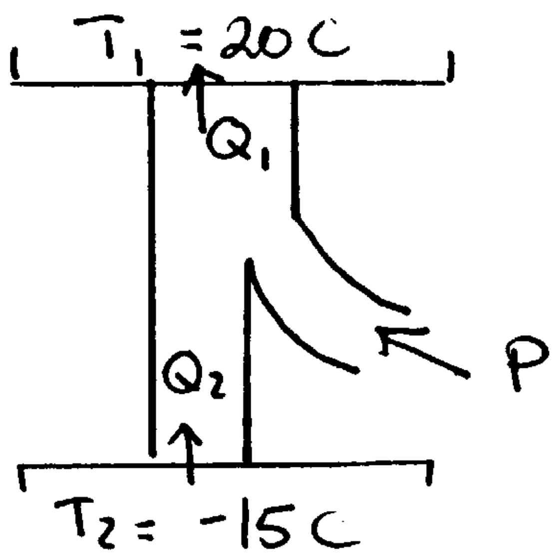
$$p = p_0 + \frac{mg}{\pi r^2}$$

Når stemplet beveges et stykke x nedover/ oppover gir dette en volumendring og en trykkendring som gir en kraft inn mot likevekt analogt en "fjærkraft".

Denne kraften kan finnes ut fra adiabatligningen

$$pV^{\gamma} = (p + \Delta p)(V - \Delta V)^{\gamma} = (p + \Delta p)(V - \pi r^2 x)^{\gamma}$$

c)



Fra definisjonen på varmepumpens effektfaktor (ideell)

$$\eta = \frac{Q_1}{P} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

Dette gir:

$$P = Q_1 \frac{T_1 - T_2}{T_1} \qquad \text{for ideelt syst.}$$

$$P = Q_1 \cdot \frac{T_1 - T_2}{\beta \cdot T_1} \qquad \beta = 0{,}55$$

for ikke ideelt system.

Dette gir

$$\underline{\underline{P}} = 1797 \cdot \frac{35}{0{,}55 \cdot 293} = \underline{\underline{590\,W}}$$

OPPGAVE 2

Termodynamikkens første hovedsetning:

$$Q = \Delta U + W$$

Den varme som tilføres et system er lik arbeidet som utføres pluss systemets økning i indre energi

Tilstandsligningen for n mol av en ideell gass lyder:

$$pV = nRT$$

p: trykk , V = volum T = temp.

n = antall mol R = gasskonstanten.

Den indre energi kan utledes fra

$$dQ = dU + pdV$$

For en prosess ved konstant volum er $dQ = nC_v dT$

$\Rightarrow$ Indre energi : $U = n \cdot C_v T$

$C_v = \frac{3}{2} R$ for enatomige molekyler
$C_v = \frac{5}{2} R$ for to —"— —"—

Def. av varmekapasitet

$dQ = n C_v dT$ for prosess ved konst. vol.

$dQ = n C_p dT$ —"— —"— konst trykk

Dette er også en definisjon av de molare varmekapasiteter, d: den varme som skal til for å øke temperaturen i et system som inneholder ett mol gass med 1 K.

$\Rightarrow$

$$p + \Delta p = p\left(\frac{V}{V - \pi r^2 x}\right)^\gamma$$

Rekkeutvikles dette for $\Delta V << V$

$$p + \Delta p = p\left(1 + \gamma \frac{\pi r^2 x}{V}\right)$$

$$\Delta p = \gamma p \frac{\pi r^2 x}{V}$$

Den tilsvarende kraften på stemplet er

$$F_K = \pi r^2 \Delta p = \gamma \cdot p \cdot \frac{(\pi r^2)^2}{V} \cdot x$$

Bevegelsesligningen for stemplet blir da

$$m\ddot{x} + F_K = 0$$

$$\underline{\underline{m\ddot{x} + \gamma p \frac{(\pi r^2)^2}{V} \cdot x = 0}}$$

Stemplets egenfrekvens

$$\omega_0 = \pi r^2 \sqrt{\frac{\gamma p}{mV}} = \pi r^2 \left(\sqrt{\frac{\gamma}{V}\left(\frac{p_0}{m} + \frac{g}{\pi r^2}\right)}\right)$$

d) Vi løser m.h.p γ

$$\gamma = \frac{\omega_0^2 V}{(\pi r^2)^2 \left(p_0 + \frac{mg}{\pi r^2}\right)}$$

$$\omega_0 = 2\pi f = 2\pi \cdot \frac{10}{15{,}4}$$

$$\underline{\gamma = 1{,}66 \approx 5/3}$$

Gassen er enatomig, $\Rightarrow$ ikke luft.

OPPGAVE 3.

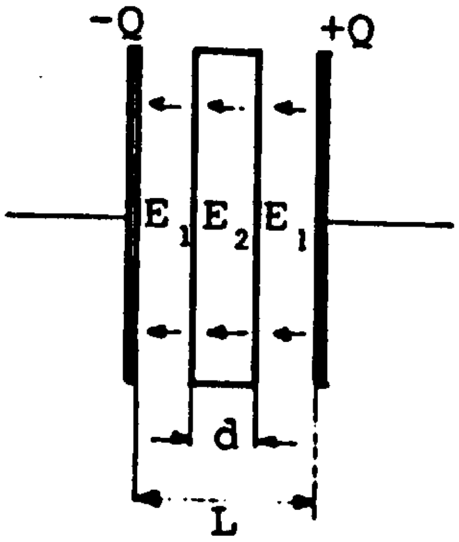
a. $\underline{C_1} = \varepsilon_0(\pi R^2/L) = \underline{139\text{pF}}$

Gauss' setning gir for feltstyrken mellom platene

$E = Q/A\varepsilon_0$ der Q er ladningen på kondensatoren og A er arealet av en plate.
Da feltet er <u>uniformt</u> og ladningen på hver plate er lik i tallverdi, vil hver plate bidra til feltet med (1/2)E.
Den ene plate er altså i det <u>uniforme</u> feltet fra den andre. Kraft på en plate

$$\underline{F} = Q \cdot (1/2)E = (\varepsilon_0 E^2 A/2) = \underline{3{,}47 \cdot 10^{-4}\text{N}}$$

b.



Antar ladning Q konstant. Lieg C endres

$C_1 = Q/U_1$ og $E_1 = U_1/L$

$C_1' = Q/U_2$ og $U_2 = E_1(L - d) + E_2 d$

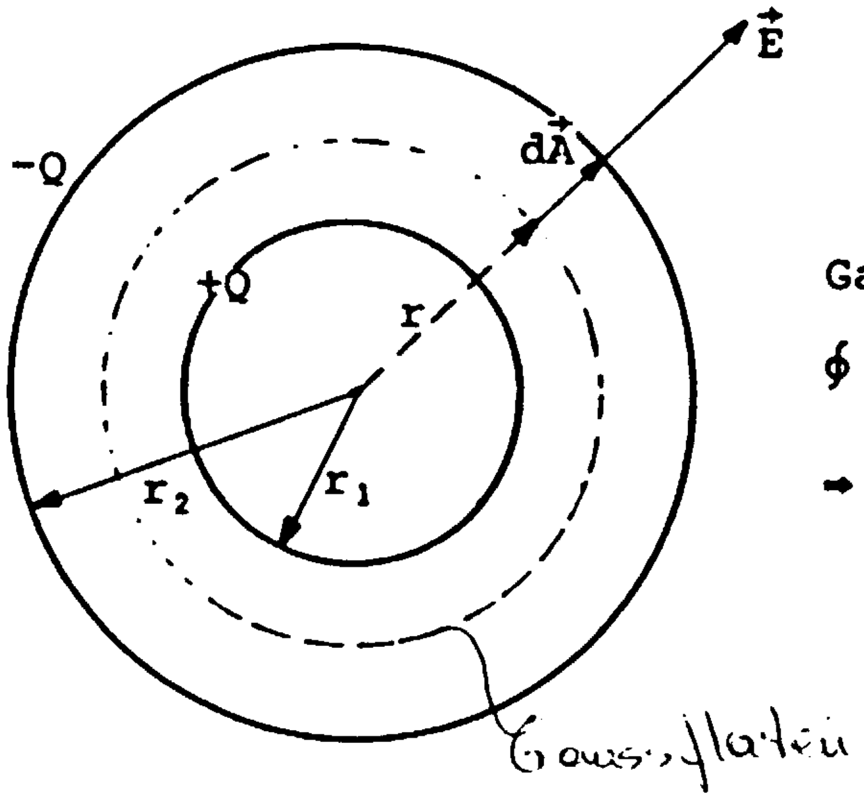
$D = \varepsilon E_2 = \varepsilon_0 E_1 \Rightarrow E_2 = E_1/\varepsilon_r$ da $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$

$U_2 = E_1 (L - d) + E_1 d/\varepsilon_r = 60\text{V}$

$\underline{C_1'} = Q/U_2 = (C_1 U_1)/U_2 = \underline{232\text{pF}}$

er
$\sigma = E_1 \varepsilon_0$
$= E_2 \cdot \varepsilon$
$= \text{konst}$
$\Rightarrow E_2 = E_1 \dfrac{\varepsilon_0}{\varepsilon}$

c.



Gauss' setning

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = +Q/\varepsilon_0$

$\Rightarrow \underline{E = Q/(4\pi\varepsilon_0 r^2)}$

$$U = -\int_{r_2}^{r_1} E\,dr = -\int (Q\,dr/4\pi\varepsilon_0 r^2) = (Q/(4\pi\varepsilon_0))(1/r_1 - 1/r_2)$$

$$\underline{C_2} = Q/U = \underline{(4\pi\varepsilon_0)((r_1 r_2)/(r_2 - r_1))}$$

$$\underline{C_2 = 14{,}8\ \text{pF}}$$

d. Figur som i <u>c.</u> der $r = r_0$

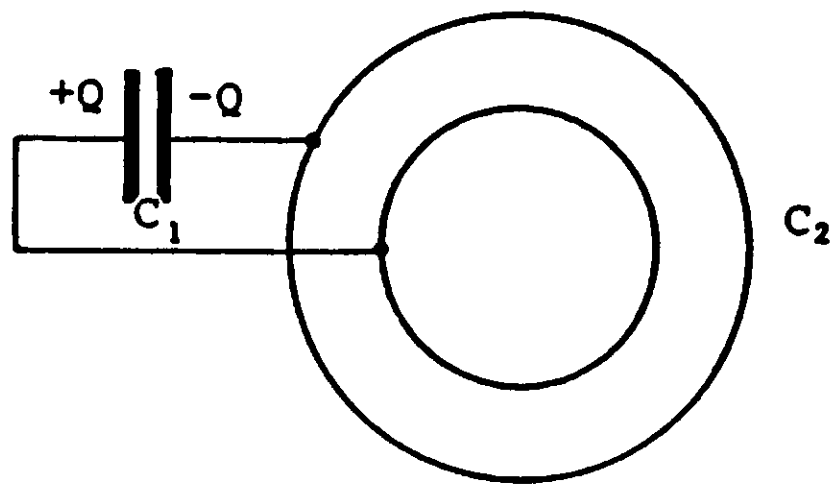
$$U_{01} = -\int_{r_2}^{r_1} E\,dr = (Q/(4\pi\varepsilon_0))(1/r_1 - 1/r_2)$$

$$U_{20} = -\int_{r_2}^{r_0} E\,dr = (Q/(4\pi\varepsilon_0))(1/r_0 - 1/r_2)$$

Feltenergi $\frac{1}{2}QU_{01} = \frac{1}{2}QU_{20}$

$$\Rightarrow \underline{r_0 = (2r_1 r_2)/(r_1 + r_2)}$$

e.



Resultantkapasistans C

$Q = CU_2 = C_1 U_1$

Parallellkobling

$C = C_1 + C_2$

$$\Rightarrow \underline{U_2} = (C_1/(C_1 + C_2))U_1 = \underline{90{,}4\text{V}}$$