UNIVERSITETET I TRONDHEIM
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Prof.E.H.Hauge
Tlf. 93651

EKSAMEN I FAG 74226 ATOM– OG KJERNEFYSIKK
Fredag 18. august 1995
kl.0900–1500

Tillatte hjelpemidler: Rottmann: Mathematische Formelsammlung
Barnett and Cronin: Mathematical Formulae
Godkjent lommekalkulator.

NB. 1.Mange av punktene i oppgavene kan besvares uavhengig av hverandre.
2.Hvert bokstavpunkt i oppgavesettet teller i utgangspunktet likt.

Oppgave 1

a Beskriv kort Stern–Gerlach eksperimentet.
Hva er hensikten med at magnetfeltet er inhomogent (spesielt $\partial B_z/\partial z \neq 0$) her? Hvilke slutninger kan en trekke av eksperimentet?

Oppgave 2

a Skisser kurven for bindingsenergien pr. nukleon, E_b/A, som funksjon av nukleontallet A. Med utgangspunkt i denne kurven, forklar hva som menes med prosessene fisjon og fusjon.

b Hva menes med henholdsvis spontan og indusert fisjon?
Forklar hvordan en ved hjelp av nøytroner kan få isotopene ^{235}U , ^{238}U, til å fisjonere.

c Beskriv kort de viktigste aspektene ved virkemåten til et konvensjonelt kjernekraftverk, basert på anriket uran.

Oppgave 3

En fysisk størrelse er en bevegelseskonstant hvis og bare hvis den tilsvarende operatoren F kommuterer med Hamiltonoperatoren H , dvs $[H,F] = 0$. Verdiene en slik operator kan ta er gitt ved såkalte 'gode kvantetall'.

Anta nå at et elektron med total dreieimpuls $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ befinner seg i et kulesymmetrisk potensial $V(r)$. Uten spinn–bane kopling har Hamiltonoperatoren formen

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r) .$$

Med spinn–bane kopling kan vi skrive

$$H = H_0 + H_{SL} = H_0 + \gamma(r)\vec{S}\cdot\vec{L}$$

der $\gamma(r)$ er en kjent funksjon av $r = |\vec{r}|$.

a Vis, når spinn–bane koplingen neglisjeres, at L^2, S^2, L_z og S_z alle kommuterer med H_0 , slik at ℓ, s, m_ℓ og m_s alle er gode kvantetall.

b Sjekk tilsvarende status til J^2 og J_z (dvs. j og m_j), når spinn–bane koplingen fortsatt neglisjeres.

c Vis hvilke kvantetall som fortsatt er gode når spinn–bane leddet inkluderes, og $H = H_0 + H_{SL}$.

Oppgitt:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\Lambda^2}{r^2} \; ; \; \Lambda^2 = \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}$$

$$L^2 = -\hbar^2\Lambda^2 \; ; \; L_z = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial\phi} = \frac{\hbar}{i}\left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x}\right)$$

$$[L_x, L_y] = i\hbar L_z \text{ (sykl.) } ; [L^2, L_z] = 0$$

$$[S_x, S_y] = i\hbar S_z \text{ (sykl.) } ; [S^2, S_z] = 0 .$$

Oppgave 4

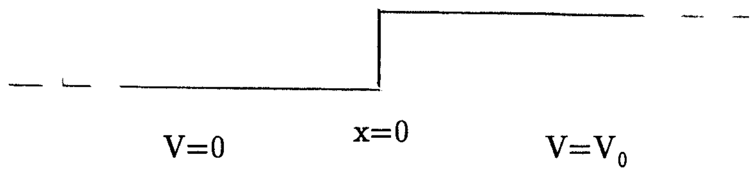
a Skriv ned den tidsavhengige Schrödingerlikningen for bølge–funksjonen $\Psi(\vec{r},t)$, og vis at en stasjonær tilstand $\psi(\vec{r})$ oppfyller den tidsuavhengige Schrödingerlikningen

$$[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\vec{r})]\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}) \,.$$

Hvilke grensebetingelser må $\psi(\vec{r})$ oppfylle ?

*

Vi ser nå på en stasjonær situasjon i 1 romdimensjon der en partikkelstrøm beskrevet av den innkommende planbølgen e^{ikx} treffer et potensialtrinn ved $x = 0$:



Anta at $E-V_0>0$, med $E=\hbar^2k^2/2m$ og $E-V_0=\hbar^2q^2/2m$.

*

b Løs Schrödingerlikningen for dette stasjonære tilfellet.

c Bestem sannsynligheten, som funksjon av k og q , for at en innkommende partikkel blir reflektert. Er resultatet i samsvar med klassisk mekanikk? Hvor stor er refleksjonssannsynligheten dersom $q/k = 9/10$?

Vi ser nå på den ikke–stasjonære situasjonen der en bølgepakke med bredde Δx_k i x–rommet og en tilsvarende bredde Δk rundt k_0 i k–rommet treffer potensialtrinnet.
Den transmitterte bølgepakken har tilsvarende bredder Δx_q og Δq (rundt q_0).
Anta at $\Delta k << k_0$, $\Delta q << q_0$, og at refleksjonssannsynligheten er neglisjer–bart liten.

*

d Hvilken sammenheng gir Heisenbergs uskarphetsrelasjon mellom Δx_k og Δk , og mellom Δx_q og Δq ?

e Vis at under de gitte betingelser leder en tidsbetraktning av prosessen ved $x=0$ direkte til en sammenheng mellom Δx_q og Δx_k , som viser at bølgepakken komprimeres når den passerer potensialtrinnet.
Vis at uskarphetsrelasjonen fortsatt er gyldig for den komprimerte bølgepakken.