

UNIVERSITETET I TRONDHEIM  
 NORGES TEKNISKE HØGSKOLE  
 GRUPPE FOR TEORETISK FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:  
 Prof. P.C.Hemmer  
 Tlf. 3648

EKSAMEN I FAG 74305 TERMISK FYSIKK  
 FAG 71011 TERMISK FYSIKK

Onsdag 30. august 1989  
 kl. 0900 - 1500

Tillatte hjelpemidler: Godkjent lommekalkulator  
 Rottmann: "Mathematische Formelsammlung"

Konstanter og formler som en kan få bruk for er gitt, for alle oppgaver samlet, i vedlegg.

Oppgave 1

- a) For elektromagnetisk stråling i et volum  $V$  er strålingsenergien i frekvensintervallet  $(\nu, \nu+d\nu)$  lik

$$\frac{8\pi h}{c^3} V \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu$$

ved temperaturen  $T$ .

Vis at den indre energi  $U$  er gitt ved

$$U = aVT^4,$$

og bestem konstanten  $a$ , også den numeriske verdi.

- b) Anta at entropien  $S$  for strålingshulrommet er volumproporsjonal,  $S = V \cdot s(T)$ , og at  $S=0$  ved det absolutte nullpunkt. Bruk den termodynamiske identitet til å vise at

$$S = \frac{4}{3} a T^3 V.$$

- c) Utled av termodynamikken (ikke via kinetisk teori) at trykket er

$$p = \frac{1}{3} \frac{U}{V}.$$

d) Forholdet

$$\xi = \frac{C_V T}{pV} ,$$

der varmekapasiteten ved konstant volum inngår, er dimensjonsløst. Hvilken verdi har  $\xi$  for strålingshulrommet? Og hva er verdien av  $\xi$  for en klassisk enatomig ideell gass?

### Oppgave 2

Ved atmosfæretrykk  $p_0$  er fast stoff A i likevekt med sin egen væske ved temperatur  $T_0$ . Det tilsettes så litt væske B, som ikke er oppløslig i den faste fasen. Væsken forutsettes være en ideell blanding.

- a) Den nye likevekten innstiller seg ved temperatur  $T$  (frøndeles under atmosfæretrykk). Molbrøken av B i ~~gassen~~<sup>væske</sup> er  $x_B$ . Skriv ned likevektsbetingelsen som bestemmer (foreløpig ikke eksplisitt) sammenhengen mellom  $T$  og  $x_B$ .
- b) For små  $x_B$  vil temperaturendringen  $\Delta T = T - T_0$  være liten, og vi kan utvikle til første orden i  $\Delta T$ . Beregn  $\Delta T$  for små  $x_B$  uttrykt ved den molare smeltevarmen  $l_{sm}$ .

### Oppgave 3

- a) En gass med  $n$  partikler pr. volumenhet er i termisk likevekt. Vis at antall partikkelstøt mot beholderveggen, pr. tids- og flateenhet, er gitt ved

$$\frac{n}{4} \langle v \rangle ,$$

der  $\langle v \rangle$  er middelfarten ved den herskende temperatur.

- b) Beregn v.h.a. Maxwells hastighetsfordeling  $\langle v \rangle$  for partikler med masse  $m$ .

- c) Uranfluorid ( $UF_6$ ) strømmes ut fra en beholder (volum  $V$ ) gjennom små hull, tilsammen med areal  $A$ , i beholderveggen. Gassen er en blanding av to komponenter, komponent 1 med uranisotop  $^{135}U$  og komponent 2 med uranisotop  $^{138}U$ . Massen til gassmolekylene er henholdsvis  $m_1$  og  $m_2$  ( $m_2 > m_1$ ), og temperaturen er  $T$ . Molbrøken  $x_2$  av komponent 2 er  $x_2^0$  ved  $t=0$  idet utstrømningen tar til. Beregn hvorledes molbrøken  $x_2$  av komponent 2 inni beholderen endrer seg med tida.

#### Oppgave 4

- a) En klassisk gass består av  $N$  like og uavhengige partikler uten vekselvirkning. I termisk likevekt vil energien  $E$  av systemet fluktuere. Vis at fluktuasjonene er små i den forstand at standardavviket  $\Delta E$  fra middelveiden  $\langle E \rangle$  oppfyller

$$\frac{\Delta E}{\langle E \rangle} = c N^{-1/2},$$

der konstanten  $c$  er uavhengig av systemets størrelse.

- b) Når gassen består av punktpartikler uten indre struktur er sannsynligheten  $w(\epsilon)d\epsilon$  for å finne energien til en partikkel i intervallet  $(\epsilon, \epsilon+d\epsilon)$  lik

$$w(\epsilon)d\epsilon = 2\pi^{-3/2} (kT)^{-3/2} e^{-\epsilon/kT} \epsilon^{1/2} d\epsilon.$$

Vis det. Beregn  $\langle \epsilon \rangle$ . Hva er sannsynligste energiverdi?

- c) Beregn for gassen i punkt b) verdien av konstanten  $c$  i punkt a).

## VEDLEGG

Noen av de nedenforstående uttrykk og konstanter kan vise seg nyttige.

Lyshastigheten i vakuum	$c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
Plancks konstant	$h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
Boltzmanns konstant	$k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
Gasskonstanten	$R = 8.31 \cdot \text{J/K mol}$
Avogadros tall	$N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

\*

$$1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mm Hg} = 1.0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 = 1.0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

\*

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15} \quad ; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\pi/\alpha}$$

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx = n! \quad ; \quad n! = n(n-1)! \quad ; \quad \left(\frac{1}{2}\right)! = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$$

\*

Termodynamiske potensialer:

$$H = U + pV$$

$$F = U - TS$$

$$G = U + pV - TS$$

\*

Maxwells hastighetsfordeling:  $f(v) dv = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-mv^2/2kT} 4\pi v^2 dv$