

UNIVERSITETET I TRONDHEIM
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Professor P.C. Hemmer
Tlf. 3648

EKSAMEN I FAG 74305 TERMISK FYSIKK

FREDAG 31. mai 1991

kl.0900-1500

Tillatte hjelpemidler: Rottmann: Mathematische Formelsammlung
Barnett og Cronin: Mathematical Formulae
Godkjent kalkulator.

Endel oppgitte uttrykk og konstanter er gitt i eget vedlegg.

Oppgave 1

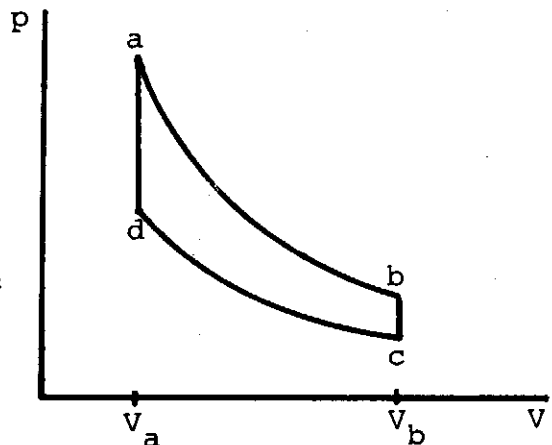
Vibrasjonsbevegelsen i N_2 -molekylet kan i god tilnærming betraktes som en harmonisk svingning med frekvens ν og med energinivåer $E_n = h\nu(n+\frac{1}{2})$, $n = 0, 1, 2, \dots$. Energinivåavstanden $h\nu$ er 0.3 eV.

Til hvilken temperatur T må en bringe en N_2 -gass for at 10% av molekylene skal ha denne frihetsgraden eksitert (dvs. ha vibrasjonsenergi større enn E_0)?

Oppgave 2

En Stirling-prosess består av to isoterme prosesser og to isokore prosesser, skissert i figuren.

Trinn a-b er en isoterm ekspansjon ved temperatur T_v fra startvolum V_a til sluttvolum V_b , trinn b-c en isokor avkjøling til temperatur T_k , trinn c-d en isoterm kompresjon og trinn d-a en isokor oppvarming.



Vi skal se på en syklisk virkende varmekraftmaskin som arbeider på grunnlag av Stirling-prosessen mellom to varmereservoarer, ett varmt (temperatur T_v) og ett

kaldt (temperatur T_k). Ved avkjølingstrinnet b-c avgis all varme (Q_{bc}) til det kalde reservoar, og varmeenergien Q_{da} til oppvarmings-trinnet d-a tas fra det varme reservoar. Arbeidssubstansen er n mol av en ideell gass med konstant molar varmekapasitet $C_{mV} = 2.5 R$.

- a) Finn for hvert av de 4 trinn i prosessen, de 4 varmemengder Q_{ab} , Q_{bc} , Q_{cd} , Q_{da} som utveksles, og det arbeid W_{ab} , W_{bc} , W_{cd} , W_{da} som gassen utfører.
- b) Beregn den numeriske verdi av virkningsgraden η , definert som forholdet mellom arbeidet pr. syklus og varmemengden som tilføres totalt i trinnene d-a og a-b, når $V_b = 5V_a$ og $T_v = 2T_k$.
- c) Finn, for ett omløp av prosessen, et uttrykk for entropiendringene ΔS_{gass} og ΔS_{res} for gassen og for reservoarene. Øker universets entropi ved at denne prosessen løper? (Begrunn svaret).
- d) Gassens molare varmekapasitet er som nevnt ovenfor $C_{mV} = 2.5 R$ i det temperaturintervallet som maskinen arbeider. Hvilken verdi har adiabatkonstanten $\gamma = C_p/C_v$ for gassen i dette temperaturintervallet? Ved temperaturer rundt 100 Kelvin er gassens varmekapasitet derimot $C_{mV} \approx 1.5 R$. I hvilke molekylære bevegelsestyper ("frihetsgrader") vil tilført termisk energi lagres i hvert av de to temperatur-intervallene?

Oppgave 3

- a) For elektromagnetisk stråling i et volum V er strålingsenergien i frekvensintervallet $(\nu, \nu+d\nu)$ lik

$$\frac{8\pi h}{c^3} V \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu$$

ved temperaturen T .

Vis at den indre energi U er gitt ved

$$U = aVT^4$$

og finn et uttrykk for konstanten a . Den numeriske verdi er $a = 7.55 \cdot 10^{-16} \text{ J/K}^4 \text{ m}^3$.

- b) I det intergalaktiske rom er der både stoff og elektromagnetisk stråling. Det stofflige innhold er i alt vesentlig hydrogen i en konsentrasjon på ca en partikkel pr. m^3 , og den kosmiske bakgrunnstråling tilsvarer svart stråling ved ca. 3K.

Gi et grovt numerisk estimat av forholdet

$$\xi = \frac{C_V(\text{stoff})}{C_V(\text{stråling})}$$

mellom varmekapasitetene til stoff (behandlet som en klassisk gass ved $T = 3K$) og stråling.

Oppgave 4 (Selv om du måtte ha problemer med punkt a her, så fortsett til b og c!)

- a) Fast stoff A løses opp i en væske B til oppløsningen blir mettet. (Den mettede oppløsningen vil være i likevekt med rent fast A). Oppløsningen forutsettes å være en ideell blanding, med en molbrøk x_A av stoff A.

Skriv opp likevektsbetingelsen ved temperatur T og atmosfæretrykk, uttrykt bl.a. ved de kjemiske potensialer for rent stoff A.

Vis at løseligheten (molbrøken av A) kan uttrykkes som

$$x_A = \exp\left\{-\frac{1}{RT} \int_T^{T_A} [s_V^0(T') - s_F^0(T')] dT'\right\}$$

Her er T_A smeltepunktet under atmosfæretrykk for rent stoff A.

Videre er $s_V^0(T)$ entropiinnholdet av et mol rent stoff A i

væskeform ved temperatur T og atmosfæretrykk, og $s_F^0(T)$

tilsvarende for et mol rent A i fast form.

- b) Vis at når entropidifferansen $s_V^0 - s_F^0$ mellom flytende og fast A antas temperaturuavhengig, kan løseligheten uttrykkes ved den molare smeltevarme l_{sm} for rent A (ved atmosfæretrykk) slik:

$$x_A(T) = \exp\left\{\frac{l_{sm}}{R} \left(\frac{1}{T_A} - \frac{1}{T}\right)\right\}$$

- c) Ved $25^\circ C$ gir 55.5 g naftalen løst i et mol benzen en mettet løsning, mens ved $50^\circ C$ gir 155 g naftalen pr. mol benzen mettet løsning. Molekylvekten for naftalen ($C_{10}H_8$) er 128. Beregn, under de forutsetninger som er gjort i punkt a) og b) ovenfor, smeltepunktet for rent naftalen.

VEDLEGG

Noen av de nedenforstående uttrykk og konstanter kan vise seg nyttige.

Lyshastigheten i vakuum $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Plancks konstant $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

Boltzmanns konstant $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$

Gasskonstanten $R = 8.31 \text{ J/K mol}$

Avogadros tall $N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

*

$$1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$kT = 1 \text{ eV ved } T = 11605 \text{ K}$$

*

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15} ; \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\pi/\alpha}$$

*

Termodynamiske potensialer: $H = U + pV$

$$F = U - TS$$

$$G = U + pV - TS$$

En termodynamisk identitet:

$$dG = -SdT + Vdp + \sum_{i=1}^c \mu_i dN_i$$