

UNIVERSITETET I TRONDHEIM  
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE  
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:

P. C. Hemmer

Tel. 3648

### EKSAMEN I FAG 74305 TERMISK FYSIKK

Tirsdag 17. august 1993

kl. 0900-1500

Tillatte hjelpemidler: Rottmann: Mathematische Formelsammlung  
Barnett and Cronin: Mathematical Formulae  
Godkjent kalkulator

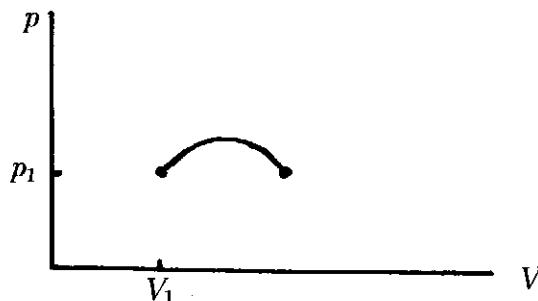
Endel formler og konstanter er gitt i eget vedlegg.

#### Oppgave 1

Et mol ideell gass bringes ved en reversibel prosess fra tilstand 1 (volum  $V_1$ , trykk  $p_1$ , temperatur  $T_1$ ) til tilstand 2 der volumet er dobbelt så stort. Prosessen følger veg  $X$  i  $pV$ -diagrammet, der trykket er gitt ved

$$p = p_1 \left[ 1 + \frac{V - V_1}{V_1} - \left( \frac{V - V_1}{V_1} \right)^2 \right].$$

Veg  $X$  er skissert i figuren:



Gassens varmekapasitet ved konstant volum er  $1.5R$ .

- a) Hva er gassens trykk og temperatur i tilstand 2? Beregn arbeidet  $W_{12}$  som gassen utfører under prosessen.
- b) Hvilken varmemengde  $Q_{12}$  tilføres gassen under denne prosessen?
- c) Beregn gassens entropiendring  $\Delta S_{12}$  under prosessen fra 1 til 2.
- d) Oppnår gassen sin høyeste temperatur i slutt punktet 2? (Begrunn svaret).
- e) Gassens varmekapasitet  $C_X$  langs veg  $X$  i  $pV$ -diagrammet vil ikke være konstant, men avhenge av tilstanden. Hva er  $C_X$  ved starten av prosessen (der trykket varierer proporsjonalt med volumet)? Hvorfor vil  $C_X$  divergere undervegs?

Svarene i oppgave 1 uttrykkes ved størrelsene  $p_1, V_1, T_1$  og  $R$ .

### Oppgave 2

Ved atmosfæretrykk  $p_0$  er et fast stoff A i likevekt med sin egen væske ved temperatur  $T_0$ . Det tilsettes så litt væske B, som ikke er oppløselig i den faste fasen, slik at molbrøken av B i væskefasen blir  $x_B$ .

- a) Den nye likevekten mellom rent fast A og væskeblandingen innstiller seg ved temperatur  $T$  (fremdeles under atmosfæretrykk). Skriv ned likevektsbetingelsen som i prinsipp bestemmer  $T$ . Forutsett så at væsken er en ideell blanding, og uttrykk likevektsbetingelsen ved de kjemiske potensialer for rent stoff A.
- b) Dersom tilsatsen av stoff B er liten vil temperaturendringen  $\Delta T = T - T_0$  være liten, og du kan utvikle til første orden i små størrelsen ( $x_B$  og  $\Delta T$ ). Finn i dette tilfellet et eksplisitt uttrykk for  $\Delta T$ , uttrykt ved den molare smeltevarmen  $L_{sm}$  for rent A, gasskonstanten  $R$ ,  $T_0$  og  $x_B$ .

### Oppgave 3

De kvantiserte energieigenverdier for en harmonisk oscillator er

$$E_n = (2n + 1)E_0,$$

der  $E_0$  er energien i grunntilstanden, og  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ . Det er ingen degenerasjon.

Oscillatoren er i termisk kontakt med omgivelsene ved temperatur  $T$ . Finn et uttrykk for sannsynligheten  $p_1$  for å finne oscillatoren i første eksiterte tilstand (energi  $3E_0$ ).

### Oppgave 4

Termodynamiske tilstandsvariable for en gummistrikk er temperatur  $T$ , lengde  $L$  og strekk (kraft)  $f$ , knyttet sammen ved en tilstandslikning  $f = f(T, L)$ . Den termodynamiske identitet for systemet tar formen

$$TdS = dU - fdL,$$

slik at

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_L = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_L$$

og

$$\left(\frac{\partial S}{\partial L}\right)_T = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial L}\right)_T - \frac{f}{T}.$$

a) Vis, f.eks. ved hjelp av de to siste relasjonene, at den indre energi  $U$  for gummistrikken oppfyller

$$\left(\frac{\partial U}{\partial L}\right)_T = f - T \left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_L.$$

b) En bestemt gummistrikk har med god tilnærming tilstandslikningen

$$f = aT \left[ \frac{L}{L_0} + \left(\frac{L}{L_0}\right)^2 \right],$$

der  $a$  og  $L_0$  er konstanter. Varmekapasiteten ved konstant lengde,  $C_L$ , er en konstant. Vis at den indre energi for denne strikken avhenger av temperaturen alene.

c) Strikken i punkt b) strekkes reversibelt og adiabatisk fra lengden  $L_0$  ved temperatur  $T_b$  til lengden  $2L_0$ . Finn et uttrykk for arbeidet  $W$  som dette krever, og for slutttemperaturen  $T_s$ .

### Oppgave 5

a) Den klassiske partisjonsfunksjon for  $N$  identiske partikler er gitt ved

$$Z = \frac{1}{N!h^{3N}} \int \dots \int d^3p_1 d^3r_1 \dots d^3p_N d^3r_N e^{-\beta E(\vec{p}_1, \vec{r}_1, \dots, \vec{p}_N, \vec{r}_N)},$$

der  $E$  er energifunksjonen, og  $\beta = 1/kT$ .

Vis at systemets midlere energi i termisk likevekt er gitt ved

$$\langle E \rangle = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z.$$

- b) En klassisk gass består av  $N$  identiske partikler i et volum  $V$ . Anta at temperaturen  $T$  er så høy at en kan benytte det ekstremt relativistiske uttrykk for den kinetiske energi,

$$E_{kin} = \sum_{i=1}^N c|\vec{p}_i|,$$

der  $|\vec{p}_i|$  er størrelsen på impulsen for partikkel nr.  $i$ , og  $c$  er lysfarten i vakuum. Vekselvirkningen mellom partiklene er så svak at den kan neglisjeres.

Vis at under disse forutsetningene er den klassiske partisjonsfunksjonen lik

$$Z = \frac{(8\pi V k^3 T^3 c^{-3})^N}{N!},$$

og beregn systemets indre energi  $U$ .

- c) Finn tilslutt tilstandslikningen for den relativistiske gassen i punkt b).

**VEDLEGG**

Noen av nedenforstående formler og uttrykk kan vise seg nyttige.

**1) For enkomponentsystemer med  $pdV$ -arbeid**

Termodynamiske potensialer:

$$\begin{aligned} H &= U + pV \\ F &= U - TS \\ G &= U + pV - TS \end{aligned}$$

Termodynamiske relasjoner:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T &= T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p \\ p &= - \left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T \\ \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V &= C_V \end{aligned}$$

**2) Integraler**

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx = n!$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

**3) Potensrekke for små  $x$** 

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$$

**4) Fysiske konstanter**

Gasskonstanten:  $R = 8.314 \text{ J/K mol}$

Boltzmanns konstant:  $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$