

Faglig kontakt under eksamen:
Professor Arnljot Elgsæter
Telefon: 93431

EKSAMEN I FAG 74336 KLASSISK TRANSPORTTEORI

Lørdag 15. januar 2000 kl. 0900 - 1400

Tillatte hjelpemidler:

Barnett and Cronin: Mathematical Formulae eller

Rottmann: Matematische Formelsammlung (tysk eller norsk utgave).

B2-Typegodkjent kalkulator med tomt minne og i henhold til liste utarbeidd av NTNU.

Under sensuren tillegges alle oppgaver og delspørsmål i utgangspunktet lik vekt.

OPPGAVE 1

A. Ved beskrivelse av transportegenskapene til et klassisk fluid bestående av én majoritetskomponent pluss én minoritetskomponent kan man benytte mange forskjellige likninger, som f.eks.

- I) Liouvillelikninga,
- II) Boltzmannlikninga,
- III) mesterlikninga,
- IV) Fokker-Plancklikninga,
- V) Langevinlikninga,
- VI) den makroskopiske diffusjonslikninga og
- VII) de makroskopiske fluiddynamiske (Navier-Stokes) likningene.

For hver av disse likningene angi kort

- A) hvilke variable som inngår (det benyttede faserom),
- B) for hvilken tidsskala og
- C) hvilken lengdeskala likninga er gyldig,
- D) om likninga er ei konserveringslikning eller ei stokastisk differensial likning, og
- E) om likninga beskriver en reversibel eller irreversibel prosess.

Det kreves *ikke* at du skriver ned selve likningene for hvert av punktene I—VII.

B. I og med at likningene som er listet opp i foregående punkt alle beskriver samme system, må det være en sammenheng mellom dem.

Gjør rede for hva som i denne sammenheng menes med begrepene kontrasjon, og sterk og svak ekvivalens.

Skriv opp Fokker-Plancklikninga og Langevinlikninga. Gjør rede for hvilke betingelser parameterene i disse to likningene må oppfylle for at de to likningene er ekvivalente. Hvilken type ekvivalens er det her tale om?

OPPGAVE 2

A. Hva kjennetegner en Markovprosess av orden n ?

List opp noen av de viktigste egenskapene til Wienerprosessen pluss angi et fysisk system som kan beskrives som en Wienerprosess.

Definer autokorrelasjonsfunksjonen og effektspekteret til en stokastisk prosess. Utled sammenhengen mellom disse to størrelsene (Wiener-Khinchinteoremet).

B. Sett opp den generaliserte Langevinlikninga og gjør rede for de ulike leddene i denne likninga. For hvilket spesialtilfelle reduseres den generaliserte Langevinlikninga til den ordinære Langevinlikninga?

Ved bruk av den ordinære Langevinlikninga og ekvipartisjonsteoremet utled sammenhengen mellom den fluiddynamisk friksjonskoeffisienten til den Brownske partikkelen og amplituden til den Brownske krafta. Hvilket teorem er denne relasjonen et spesialtilfelle av?

OPPGAVE 3

For gasser med elastiske støt kan Boltzmanns transportlikning skrives

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} + \vec{a} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{u}} \right] f = \mathcal{C}^{(B)},$$

hvor Boltzmanns støtledd er gitt ved uttrykket

$$\mathcal{C}^{(B)} = - \int [f f_1 - f' f'_1] g \sigma_{\Omega} d\vec{\delta}_g d\vec{u}_1.$$

A. Gjør rede for alle parameterene som inngår i uttrykkene ovenfor, og fysikken knyttet til de forskjellige leddene.

B. Boltzmanns lokale H -funksjon er definert ved uttrykket

$$H(\vec{r}, t) := \rho_N \langle \ln f(\vec{r}, t) \rangle,$$

hvor ρ_N er antallstettheten.

Utledd det lokale H -teoremet som sier at

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} H(\vec{r}, t) \right]_{\text{støt}} \leq 0.$$

Gjør kort rede for sammenhengen mellom Boltzmanns H -funksjon og systemets entropi.

C. Gjør kort rede for hvilke antakelser Boltzmannlikninga bygger på i tillegg til den klassiske mekanikks likninger.