

NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglige kontakter under eksamen:

R. Høier, tel. 93588 (oppgave 1)

P. C. Hemmer, tel. 93648 (oppg. 2 og 3)

EKSAMEN I FAG 74431 FASTE STOFFERS FYSIKK 1

Lørdag 7. juni 1997

kl. 0900-1400

Tillatte hjelpebidrifter: Rottmann: Mathematische Formelsammlung

Rottmann: Matematisk formelsamling

Barnett and Cronin: Mathematical Formulae

Godkjent kalkulator

Endel formler og konstanter er gitt i eget vedlegg.

Oppgave 1

a) Definer de resiproke translasjonsvektorene, og vis i figur retningene deres i forhold til translasjonsvektorene i det fysiske (direkte) rom.

b) SrTiO₃ har en kubisk enhetscelle med gitterparameter $a = 3.905\text{\AA}$ og atomposisjonene

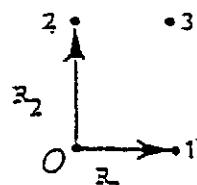
Sr : 000

Ti : $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$

O : $\frac{1}{2}\frac{1}{2}0; \frac{1}{2}0\frac{1}{2}; 0\frac{1}{2}\frac{1}{2}$

Tegn enhetscella og gi Bravaisgittertype. Begrunn svaret kort.

c) Figuren viser utsnitt av observert diffraksjonsmønster. Den innfallende strålen går gjennom O normalt på papirplanet.



$$R_1 = 10.9 \text{ mm}$$

$$R_2 = 13.3 \text{ mm}$$

$$R_1 \perp R_2$$

Hvilke indekser får refleksene nummer 1 og 2, og hva blir verdien av planavstanden $d(hkl)$ for refleks nr. 3?

- d) Intensiteten i refleksene er gitt av bl.a. strukturfaktoren. Ta utgangspunkt i uttrykket for strukturfaktoren

$$S(hkl) = \sum_j f_j e^{-i\vec{G} \cdot \vec{r}_j}$$

og finn et uttrykk for strukturfaktoren til SrTiO₃ for vilkårlige verdier av hkl .

Gi eventuelle utslukninger, systematisk sterke eller svake reflekser.

Oppgave 2

- a) Angi eksperimentelle kjennetegn på en halvleder. Karakteriser så en halvleder ved hjelp av bandstrukturen, og angi et kvantitativt estimat på forskjellen mellom halvledere og isolatorer (ved romtemperatur).

Hva er forskjellen mellom en *intrinsikk* og en *ekstrinsikk* halvleder?

- b) Ledningsbandet for en tredimensjonal halvleder kan beskrives ved følgende form

$$E(\vec{k}) = E_c + \hbar^2 k^2 / 2m_e.$$

Likeledes er valensbandet gitt ved

$$E(\vec{k}) = E_v - \hbar^2 k^2 / 2m_h.$$

De effektive massene m_e og m_h er ikke nødvendigvis like store. Halvlederen er i termisk likevekt ved temperaturen T .

Finn et uttrykk for antallstettheten $n_e(T)$ av ledningselektroner. Vis at når ferminivået μ ligger tilstrekkelig langt under ledningsbandet ($E_c - \mu \gg k_B T$) så er

$$n_e(T) \simeq 2 \left(\frac{m_e k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{(\mu - E_c)/k_B T}.$$

Vis videre at når ferminivået ligger tilstrekkelig høyt over valensbandet så er hullkonsentrasjonen

$$n_h(T) \simeq 2 \left(\frac{m_h k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{(E_v - \mu)/k_B T}.$$

- c) Finn for en *udopet* halvleder (og under ovenfornevnte forutsetning om at μ ikke ligger for nær en av kantene av energigapet) et uttrykk for posisjonen av ferminivået μ . Finn også et uttrykk for elektrontettheten n_e^i som ikke inneholder størrelsen μ .
- d) Tilslutt dopes halvlederen svakt slik at antallstettheten av ioniserte donoratomer (As^+) er n_d . Hva er nå elektrontettheten?
- e) Et elektron kan bindes til en positivt ladet urenhet (As^+) i en germaniumkrystall. Estimér bindingsenergien for elektronet i meV når dets effektive masse er omlag en tidel av massen av et fritt elektron, og den relative dielektrisitetskonstanten er $\epsilon_r = 16$ i germanium.

Oppgave 3

- a) Midlere felteori for en ferromagnet som består av atomer med spinn $\frac{1}{2}$ i et ytre felt (flukstetthet) B gir følgende relasjon mellom magnetiseringen M og temperaturen T :

$$M = N\mu \tanh[(\mu(B + \lambda M)/k_B T)],$$

der N er antall spinn per volumenhett, $\mu = \frac{1}{2}g\mu_B$, og den positive konstanten λ er relatert til vekselvirkningen mellom spinnene.

Sett først det ytre feltet $B = 0$ og finn et uttrykk for den kritiske temperaturen T_C (den ferromagnetiske Curie-temperaturen).

- b) Forklar og skissér hvordan den *spontane* magnetiseringen $M_0(T)$ varierer med temperaturen. Hva er $M_0(0)$?

- c) Beregn susceptibiliteten

$$\chi = \mu_0 \left(\frac{\partial M}{\partial B} \right)_T$$

for grensetilfellet at det ytrefeltet går mot null. Anta at temperaturen er over den ferromagnetiske Curietemperaturen.

Finn temperaturen der susceptibiliteten divergerer.

Vedlegg: Formler og konstanter
(Noe av dette kan du få bruk for)

Midlere besettelsestall for fermioner

$$f(\epsilon) = \frac{1}{e^{(\epsilon-\mu)/k_B T} + 1}$$

Nivåtetthet for frie elektroner

$$g(\epsilon) = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \epsilon^{\frac{1}{2}}$$

$g(\epsilon)$ er ofte kalt $D(\epsilon)$ eller $\mathcal{D}(\epsilon)$.

Energinivåene for elektron i Coulombfelt

$$E_n = -\frac{m_0}{2\hbar^2} \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{n^2} = -\frac{Z^2}{n^2} 13.6 \text{ eV.}$$

Elektronmassen

$$m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

Bohr-magneton

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$$

g-faktoren

$$g = 2.0023 \text{ for elektroner}$$

$$1 \text{ \AA} = 0.1 \text{ nm}$$

$$k_B T \simeq 1/40 \text{ eV ved romtemperatur}$$

Integraler

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^2}{6}$$

$$\int_0^{\infty} x^{\frac{1}{2}} e^{-x} dx = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$$

$$\int_0^{\infty} x^{\frac{3}{2}} e^{-x} dx = \frac{3}{4}\sqrt{\pi}$$