NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

LØSNING

Eksamen i fag 74440 Ladete Partiklers Fysikk

Mandag 25. mai 1998   0900–1300 (4 timer)

Oppgave 1

a)
Busch-teoremet er bevarelsessatsen for generalisert dreieimpuls om symmetriaksen, gyldig for aksialsymmetriske feltkonfigurasjoner og relativistiske partikler.

Begrensninger:
- Aksialsymmetriske feltkonfigurasjoner
- Strålings-reaksjonskrefter er neglisjert

b)
Betatron-akseleratoren: Se kompendiet LPF avsnitt 5.2.4.8.

Aksialsymmetrisk felt; Buschteoremet gjelder.

(1) $L_z + \frac{q\Phi}{2\pi} = \frac{q\Phi_0}{2\pi} = 0$ siden $B_z(0)=0$ $L_z(0)=0$.

$\Phi \equiv \Phi_z$ er magnetfluksen innenfor partikkelbanen.

Baneradien R_o i ledefeltet $B_o(t)$ er gitt ved

(2) $R_0 = -\frac{mv}{qB_0} = const$

Dreieimpulsen:

(3) $L_z = mR_0 v = -qB_0 R_0^2$

Innsatt i (1):

(4) $\underline{\Phi(t) = 2\pi R_0^2 B_0(t)}$ Relativistisk gyldig.

Det midlere magnetfeltet innenfor banen må være dobbelt så sterkt som lede-magnetfeltet.

c)
Se figurene 5 og 12a i LPF kompendiet Kap. 5. Hovedpoengene er:

- Lede-magnetfeltet og fluks-magnetfeltet lages av samme elektromagnet, drevet av 50 Hz vekselspenning fra nettet.
- Polsko-gapet må åpne seg utover slik at lede-magnetfeltlinjene omkring sentralstrålen får konkav form. Dermed vil magnetfeltkraften på en partikkel som får z-avvik få en komponent som peker tilbake mot z=0 planet.
- Konkave ledefeltlinjer vil imidlertid medføre at magnetfeltet blir svekket utover, slik at en partikkel som får positivt R-avvik vil få større baneradius i feltet. Partikkelbanen vil likevel oscillere stabilt om sentralbanen sålenge økningen av baneradien er mindre enn avviket i R-retningen.

d)
Sammenhengen mellom partikkelenergi $W_k(t)$ og ledemagnetfelt $B_o(t)$ finnes fra formelen for baneradien:

(5) $R_0 = (-)\dfrac{mv}{qB_0}$ som gir impulsen $mv = qB_oR_o$

Den kinetiske energien kan enten finnes utfra formlene mellom de relativistiske forholdsstørrelsene gitt i formelsamlingen, eller ved rett-frem regning som her:

$$W_k = (m - m_0)c^2 = \left[\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1\right]m_0c^2$$

$$mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = qB_0R_0 \qquad \frac{v^2}{1-v^2/c^2} = \left[\frac{qB_0R_0}{m_0}\right]^2$$

$$\frac{v^2}{c^2}\left[1 + \left[\frac{qB_0R_0}{m_0c}\right]^2\right] = \left[\frac{qB_0R_0}{m_0c}\right]^2$$

Innsatt i (5) gir dette svaret:

(6) $$\underline{W_k = \left[\sqrt{1+\left[\frac{qB_0R_0}{m_0c}\right]^2} - 1\right]m_0c^2}$$

Med tallverdier for elektroner og protoner (se formelsamlingen) finnes:

Elektroner:

(7) $\left[\dfrac{qB_0R_0}{m_0c}\right]^2 >> 1$ $\underline{W_{ke} \approx qB_oR_oc \approx 2.39\cdot10^{-11} \text{ J} = 149.4 \text{ MeV}}$ Uavhengig av m_o !

Protoner:

(8) $\left[\dfrac{qB_0R_0}{m_0c}\right]^2 << 1$ $\underline{W_{kp} \approx \dfrac{1}{2}\dfrac{(qB_0R_0)^2}{m_0} \approx 1.915\cdot10^{-12} \text{ J} = 11.97 \text{ MeV}}$

Årsaken til at elektronene får mer enn ti ganger høyere energi enn protonene er at elektronene går mye fortere i banen og derfor rekker mange flere runder i det induserte elektriske feltet enn protonene, i de 5 ms som akselerasjonen varer. Det induserte elektriske asimutalfeltet er intet potensialfelt!

Oppgave 2

a) ***Tynn linse***
Se LPF kompendiets Kap.3 avsn.4.

En linse kalles tynn når strålene eller partikkelbanene bare skifter retning inne i linsen uten å endre avstanden til aksen (i første ordens approksimasjon).

En tynn magnetisk linse er skissert i Kap.3 Fig.3. Men magnetfeltet fra en enkel strømsløyfe eller spole om z-aksen kan også være en tynn linse når partikkelbanene bare skifter retning inne i linsen uten å endre avstanden til aksen, til første orden.

b)
Impulsperturbasjonsmetoden: Se LPF kompendiets Kap.2 avsn.5.3.

En betrakter baneformen til en partikkels bane gjennom det aktuelle kraftfeltet som kjent, og beregner den impuls som kraftfeltet da gir partikkelen under passasjen. Denne impulsen brukes så til å beregne endringen i banevinkel p.g.a. kraftfeltet. Impulsperturbasjonsmetoden bruker m.a.o. samme approksimasjon som definisjonen for en tynn linse.

Beregning av tynn magnetisk linse:

For å finne linse-brennvidden sender vi som vanlig inn en partikkel parallelt med z-aksen i avstand R_o, og finner den deriverte $R' \equiv dR/dz$ etter passasjen av linsen. Brennvidden er da avstanden til skjæringen med z-aksen:

(9) $f = -R_o/R' = -R_o p_o/p_R$ hvor p_o og p_R er total- og R-rettet baneimpuls.

Ettersom magnetfeltet bare har komponentene B_R og B_z, og ikke B_ϕ, er det bare kryssproduktet $v_\phi \times B_z$ som kan gi partikkelbanen avbøyning i R-retningen. Vi sender riktignok partikkelen inn i linsen uten noen v_ϕ, men Busch-teoremet foreskriver hvor stor v_ϕ er når vi kjenner posisjonen til partikkelen inne i magnetfeltet. Posisjonen approksimerer vi ved impulsperturbasjonsmetoden: $R \approx R_o$ ved passasjen gjennom linsen. Kraften i R-retningen må inkludere sentrifugal-leddet.

(10) $$F_R = qv_\phi B_z - mv_\phi^2 \big/ R = qRB_z\dot{\phi} - mR\dot{\phi}^2$$

P.g.a. aksialsymmetrien må $B_z(R)$ ha et ekstremalpunkt på z-aksen. Til første orden har vi altså

(11) $B_z(R,z) \approx B_z(0,z) \equiv B_o(z)$ uavhengig av akseavstanden R.

Busch-teoremet gir:

(12) $$L_z + \frac{q\Phi}{2\pi} = 0 \qquad mR^2\dot{\phi} + \frac{qB_0 \cdot \pi R^2}{2\pi} = 0 \qquad \text{som gir} \qquad \dot{\phi} = -\frac{qB_0}{2m}$$

Innsatt i (10) finner vi:

(13) $$F_R = -\frac{q^2 R B_0^2}{4m}$$

Denne ekvivalente R-kraften skal så integreres over passasje-tiden for partikkelen gjennom linsen:

(14) $$p_R = \int_{t_1}^{t_2} F_R dt = \int_{z_1}^{z_2} \frac{F_R dz}{v_z} = -\frac{q^2 R_0}{4mv_0} \int_{z_1}^{z_2} B_0^2 dz$$ R_o og $v_z \approx v_o$ endres ikke gjennom tynn linse.

Setter inn akselerasjonspotensialet U_o: $v_o^2 = -2qU_o/m$

(15) $$f = -\frac{R_0 p_0}{p_R} = \frac{-8mU_0}{q\int_{z_1}^{z_2} B_0^2 dz}$$ Alltid > 0, d.v.s. <u>alltid samlelinse.</u>

c)
Paraksiallikningen: Likning til approksimative partikkellinseberegninger, se Kap.3 avsn.2. Paraksiallikningen i vår form gjelder bare for ikke-relativistiske partikler i aksialsymmetriske feltkonfigurasjoner, i baner som ligger så nær symmetriaksen at første ordens utvikling av feltene om aksen kan brukes, og med så liten banevinkel med aksen at hele partikkelens kinetiske energi kan regnes å ligge i akseretningen.

Fra formelsamlingen, med potensialet U_o konstant gjennom linsen (ren magnetisk linse) og $U_o(z_o)=0$:

(16) $$R'' - \frac{qB_0^2(z)}{8mU_0}R = 0 \qquad R'' = \frac{dR'}{dz} \qquad f = -\frac{R_0}{R'} \qquad R' = \frac{qR_0}{8mU_0}\int_{z_1}^{z_2} B_0^2\,dz$$

(17) $$f = \frac{-8mU_0}{q\int_{z_1}^{z_2} B_0^2\,dz}$$ lik likn.(15). Paraksiallikningen er jo utledet ved impulsperturbasjon.

Oppgave 3

a) *Primær ionisasjonskoeffisient α:* Antall ionisasjoner per elektron per meter driftvei i gassen.

Sekundær ionisasjonskoeffisient γ: Antall sekundærelektroner fra katoden per ionisasjon i gassen.

Lavinevekst ved gitt $\alpha(x)$: $dN_e(x) = N_e(x)\cdot\alpha(x)\,dx$

(18) $$N_e(x) = N_e(0)\exp\int_0^x \alpha(x')\,dx'$$

b) ***Gassutladningstyper:*** (Se kompendiet Kap.9 avsn.1.1)

Townsendutladning: En gassutladning hvor romladninger bare er av sekundær betydning for utladningsmekanismen.

Glimmutladning: En gassutladning hvor positive romladninger dominerer feltfordelingen, og hvor katodens elektronemisjonsmekanisme betinger et markert potensialfall nærmest katoden ("katode-fallet") meget større enn gassmolekylenes ionisasjonspotensial. *Normal glimmutladning* har tilnærmet strømuavhengig strømtetthet og potensialfall i de negative soner nær katoden, og dermed et utladningsareal ved katoden som er omtrent proporsjonal strømstyrken. *Anomal glimmutladning* resulterer når hele katodearealet er dekket av glimmutladning slik at strømtettheten og katodefall-spenningen må øke ved økende strøm.

Bueutladning: En gassutladning hvor positive romladninger dominerer feltfordelingen, og hvor katodeområdets elektronemisjonsmekanisme er slik at utladningen brenner med et katodefall av størrelsesorden gassmolekylenes ionisasjonspotensial. (Thermionisk emisjon, feltemisjon)

Koronautladning: En romladningsdominert gassutladning mellom elektrodeflater hvorav en eller begge har så liten krumningsradius, og dermed så høy feltkonsentrasjon, at all primærionisasjon finner sted tett ved elektroden(e).

c) ***Strøm-spenningskarakteristikk og utmåling av denne:*** Se kompendiet Kap.9 avsn.1.2.1. Figurene 1,2 og 3 ventes omtrentlig gjengitt, unntatt tegninger av utladningsutseendet. Viktig er bl.a. betydningen av serieresistans og den derav følgende målekarakteristikk for stabil utmåling av utladningens *U(I)* karakteristikk.

Trondheim 980519 R S Sigmond