

UNIVERSITETET I TRONDHEIM  
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE  
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:  
Professor E.H.Hauge  
Tlf. 3631

EKSAMEN I FAG 74941 FASEOVERGANGER OG KRITISKE FENOMENER

Mandag 26. august 1991  
kl.0900-1300

Tillatte hjelpebidler: Rottmann: Mathematische Formelsammlung  
Barnett og Cronin: Mathematical Formulae  
Godkjent kalkulator

Alle underpunkt i oppgavesettet har i utgangspunktet lik vekt.

Oppgave 1

- a Forklar kort hvordan en konstruerer Landaus fri energi for beskrivelse av kontinuerlige og svakt første ordens faseoverganger.

Anta at Landaus fri energi for en ferromagnet har formen

$$\Delta F = \frac{r}{2} \psi^2 + \frac{u}{4!} \psi^4 + \frac{w}{6!} \psi^6 \quad (1)$$

Her er  $r = ar$ ,  $a$  en positiv konstant og  $\tau = (T - T_c)/T_c$  den dimensjonsløse temperaturvariable. Anta videre at  $u$  avhenger av parameteren  $p$  (tenk på  $p$  som et ytre trykk) som  $u = b(p - p_0)/p_0 \equiv b\pi$ , der  $b$  er en positiv konstant.

- b La først  $\pi > 0$  ( $p > p_0$ ) og utled Landauteoriens forutsigelse for ordensparameterens temperaturavhengighet,  $\psi_0(\tau)$  ( $\tau < 0$ ), og for den tilhørende kritiske eksponent  $\beta$ .

- c Forklar hvorfor faseovergangen blir av første orden dersom  $\pi$  er konstant og negativ. Bestem faseovergangstemperaturen  $\tau_0(\pi)$  som funksjon av  $\pi$  for  $\pi < 0$ . Tegn inn linjer for både første ordens og kontinuerlige overganger i parameterplanet  $(\tau, \pi)$ .

- d La deretter  $\pi = 0$ . Bruk nå Landauteorien til her å bestemme  $\psi_0(\tau)$  når  $\tau < 0$ . Hva er  $\beta$  i dette tilfellet?

I det ovenstående har vi tatt det for gitt at  $u$  og  $w$  er konstanter, mens  $\tau$  varieres eksperimentelt. La oss nå se på et tilfelle der trykk og temperaturendringer henger sammen, slik at eksperimentene utføres langs en linje i  $(\tau, \pi)$ -planet gitt ved

$$\pi = c_1 - c_2 \tau , \quad (2)$$

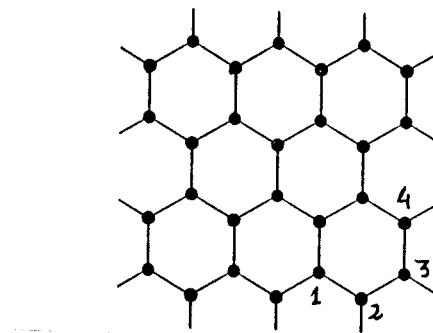
der  $c_1$  og  $c_2$  begge er positive konstanter.

- e Tegn vegen (2) i  $(\tau, \pi)$ . Hvor i dette planet vil oppførselen utledet i pkt.b, henholdsvis pkt.d, dominere?

Eller spurt på en annen måte: Hvordan vil du vente at  $\psi_0(\tau)$  oppfører seg i dette tilfellet, når  $\tau$  økes mot 0 fra negative verdier [og  $\pi$  derved endres iflg. (2)]?

### Oppgave 2

I denne oppgaven skal vi se på ordnede faser, med tilhørende faseoverganger, i atomære monolag adsorbert på en fast overflate med et sett adsorbsjonspunkter som danner et bikubemønster ("honeycomb lattice"), som på figuren.



- a Anta først at diameteren,  $d$ , til de adsorberte atomene er større enn avstanden,  $d_{12}$ , mellom nærmeste nabopunkter i adsorbsjons-gitteret (f.eks., 1 og 2 i figuren), men mindre enn avstanden,  $d_{13}$ , mellom nest nærmeste naboer (f.eks., 1 og 3 i figuren). Tegn en skisse av en ordnet fase i monolaget og argumenter direkte (uten å gå via k-rommet) for hvilken universalitetsklasse den tilsvarende faseovergangen tilhører.
- b Anta deretter at atomdiameteren,  $d$ , til adatomene oppfyller  $d_{13} < d < d_{14}$  (med referanse til figuren). Skisser den ordnede fasen i dette tilfellet. Hvor mange ekvivalente ordnede faser finnes nå? Ta for gitt det faktum at faseovergangen til den ordnede fasen er kontinuerlig også i dette tilfellet, og foreslå universalitetsklassen. Forsøk å begrunne forslaget.

### Oppgave 3

Ising modellen på det triangulære gitter skal studeres med 3-spinn celler, Niemeijer-van Leeuwens flertallsregel og derav følgende RG transformasjon.

- a La først den opprinnelige Hamiltonfunksjonen bare inneholde nærmeste nabokopling  $K_1$  [med faktoren  $(-1/k_B T)$  absorbert], og vis at transformasjonen i første kumulanttilnærmelse,  $\mathcal{O}(V)$ , blir

$$K'_1 = 2\psi^2(K_1)K_1$$

med

$$\psi(K_1) = \frac{e^{3K_1} + e^{-K_1}}{e^{3K_1} + 3e^{-K_1}} .$$

- b Forklar hvordan dynamikken i denne transformasjonen er, og bestem fikspunktene.
- c Adder så et magnetfelt-ledd,  $h_i \sum_i (-1/k_B T)$  absorbert, til Hamiltonfunksjonen. Vil fikspunktene endres? Bestem, i det kritiske fikspunkt, den magnetiske egenverdien til laveste orden,  $\mathcal{O}(V^0)$ .