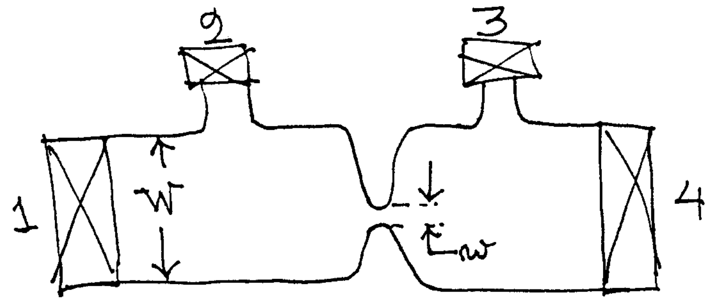
NORGES TEKNISK NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Professor E.H.Hauge

EKSAMEN I FAG 74944 TRANSPORT I NANOSTRUKTURER

Torsdag 14.mai 1998
kl.0900–1100

Oppgave 1



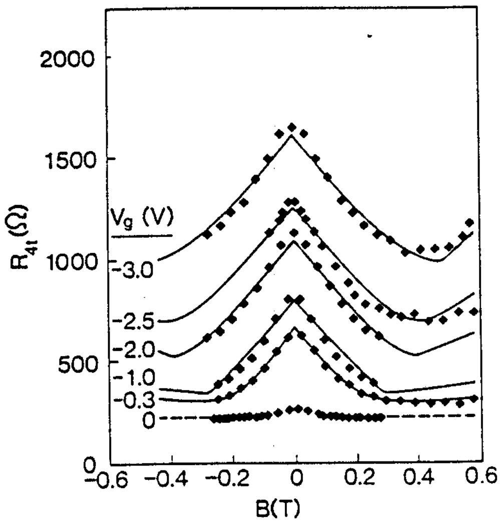
I den viste 4–punkts kontakten går strømmen fra kontakt 1 til 4, mens 2 og 3 er kontakter for spenningsmåling. Kontaktene regnes som ideelle. En geometrisk innsnevring med effektiv bredde w kan reguleres ved en portspenning V_g (arrangementet ikke vist i figuren). I den brede delen av systemet er $W >> \ell_B = \sqrt{\hbar/eB}$, mens $\ell_B > w$. Temperaturen er essensielt null og koherenslengden mye større enn systemets lineære dimensjoner.

a. Når E_F er Fermienergien, og vi ser bort fra nullpunktsenergien, hvor mange kanttilstander, N, finnes ved magnetfeltet B i den brede delen (bredde W) av systemet?

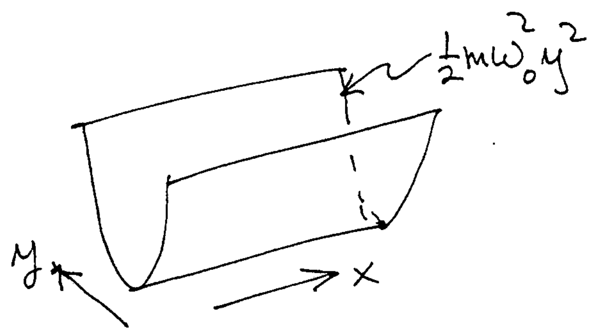
b. Anta at $n(<N)$ tilstander slipper gjennom innsnevringen. Se bort fra tunnelering og tilbakespredning fra urenheter, og bruk Büttiker–ligningene til å beregne den longitudinale resistansen

$$R_L = \frac{V_2 - V_3}{I}.$$

c. Bruk resultatene under a & b til å forklare de eksperimentelle resultatene vist nedenfor



Oppgave 2



En ideell "ledning" i x–retning i den 2–dimensjonale elektrongassen er definert ved potensialet $\frac{1}{2}m\omega_0^2 y^2$. Elektronene i ledningen er utsatt for de elektromagnetiske feltene

$\vec{E} = \hat{y}E$, $\vec{B} = \hat{z}B$. Med Landau–gauge $\vec{A} = \hat{x}(-yB)$ separerer Schrödingerligningen og løsningen får formen

$$\Phi_{nk}(x,y) = e^{ikx}\,\Phi_{nk}(y)$$

der $\Phi_{nk}(y)$ oppfyller

$$\mathscr{H}\Phi_{nk} = E_{nk}\Phi_{nk}$$

med

$$\mathscr{H} = \frac{1}{2m}\left\{(\hbar k - eBy)^2 - \hbar^2\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right\} + eEy + \tfrac{1}{2}m\omega_0^2 y^2 .$$

Innfør $\Omega^2 = \omega_0^2 + \omega_c^2$, der $\omega_c = eB/m$, $\lambda_B^2 = \frac{\omega_c}{\Omega}\ell_B^2 = \frac{\omega_c}{\Omega}\frac{\hbar}{eB}$, og de dimensjonsløse variable

$$\eta = \frac{y}{\lambda_B} \; ; \quad \kappa = \frac{\omega_c}{\Omega} \lambda_B k \; ;$$

$$\epsilon = \frac{eE\lambda_B}{\hbar\Omega} \; ; \quad \hat{\mathscr{H}} = \frac{\mathscr{H}}{\hbar\Omega} \; ; \quad \hat{E}_{nk} = \frac{\hat{E}_{nk}}{\hbar\Omega} \; .$$

a. Vis at de dimensjonsløse egenverdiene og egenfunksjonene er

$$\hat{E}_{nk} = n + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2} \frac{\omega_0^2}{\omega_c^2} \cdot \kappa^2 + \epsilon\kappa - \tfrac{1}{2}\epsilon^2$$

$$\Phi_{nk} = \phi_n(\eta - \kappa + \epsilon)$$

der ϕ_n er n'te egenfunksjon til den harmoniske oscillator.

b. Strømmen knyttet til egentilstanden Φ_{nk} er proporsjonal med gruppehastigheten

$$v_{nk} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_{nk}}{\partial k} \; .$$

Gå tilbake til de fysiske variable i uttrykket for E_{nk} og bestem v_{nk}.

Sjekk resultatet for (i) $\omega_c = 0$, $\omega_0 \neq 0$, og (ii) $\omega_c \neq 0$, $\omega_0 = 0$.

c. Vis at det finnes <u>en</u> (og bare en) tilstand pr. Landau–nivå som <u>ikke</u> er strømførende. Bestem den tilsvarende verdi for k . Har slike tilstander, i dette potensialet og med slike felt, klassiske analogier? (Forklar kort.)