

UNIVERSITETET I TRONDHEIM
NORGES TEKNISKE HØGSKOLE
INSTITUTT FOR FYSIKK

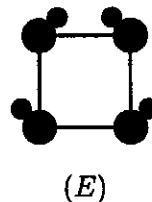
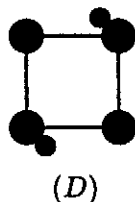
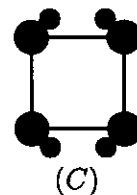
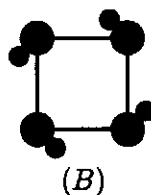
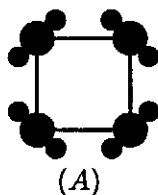
Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Kåre Olaussen
Telefon: 3652

Eksamen i fag 74984 Anvendelse av symmetrigrupper i fysikken
Onsdag 18. desember 1991
Tid: 0900–1300

Tillatte hjelpemidler: (Alternativ B): Godkjent lommekalkulator tillatt.
Rottmann, *Mathematische Formelsammlung*.
Barnett and Cronin: *Mathematical Formulae*.
Øgrim, *Størrelser og enheter i fysikken*.

Oppgave 1:

Se på følgende dekorerte kvadrater:

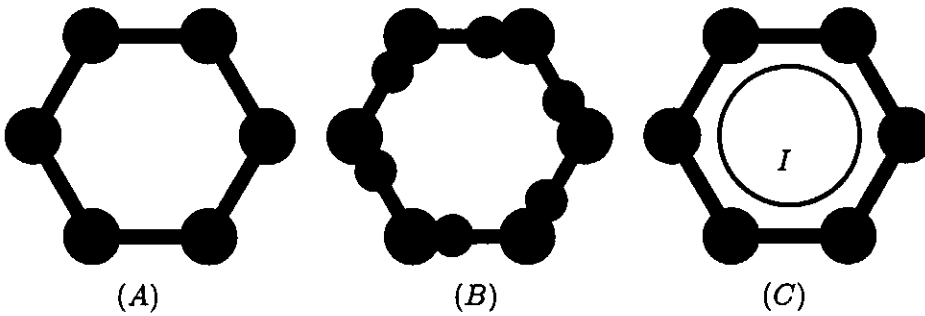


- Bestem symmetrigruppen for hver av disse figurene (angi alle symmetrielementene).
- Foreta i hvert tilfelle en oppdeling av symmetrigruppen i konjugasjonsklasser.
- Finn i hvert tilfelle hvor mange (inekvivalente) irreducible representasjoner gruppen har, og av hvilke dimensjoner disse må være.
- Konstruér karaktertabellene til symmetrigruppene for figur (A) og figur (B).
- Angi for hver av disse gruppene hvilke av de øvrige den har som undergrupper, dersom den har noen. Hvilke av disse symmetrigruppene er abelske?

- f) To grupper sies å være *isomorfe* dersom det er mulig å ordne elementene i hver gruppe slik at de får identiske multiplikasjonstabeller. Hvilke av gruppene over er isomorfe?

Oppgave 2:

Et elektron, som vi skal betrakte som spinnløst, er opprinnelig (A) innfanget i et todimensjonalt brønnpotensial med C_{6v} -symmetri (vi ser bort fra transformasjoner utenfor planet), slik det er antydnet i figur (A) under:



Karaktertabelen for de irreducible representasjonene til C_{6v} er som følger:

C_{6v}	E	$2C_6$	$2C_3$	C_2	$3\sigma_y$	$3\sigma_x$
A_1	1	1	1	1	1	1
A_2	1	1	1	1	-1	-1
B_1	1	-1	1	-1	1	-1
B_2	1	-1	1	-1	-1	1
E_1	2	1	-1	-2	0	0
E_2	2	-1	-1	2	0	0

- a) Hvilke degenerasjoner kan man forvente i energinivåene for dette elektronet?
- b) Vi bryter nå symmetrien ned til C_6 ved enten (B) å forandre det statiske potensialet som antydnet i figur (B) over, eller (C) ved å sende et rotasjonssymmetrisk magnetfelt gjennom sekskanten. Dette kan tenkes satt opp av en strømsløyfe som antydnet i figur (C) over.

Skriv ned karakteren til E_1 -representasjonen av C_{6v} evaluert på konjugasjonsklassene til gruppen C_6 .

- c) Karaktertabelen for de irreducible representasjonene til C_6 er (med $\omega = e^{-2\pi i/3} = -\frac{1}{2}(1 + i\sqrt{3})$ og $\omega^2 = e^{2\pi i/3} = -\frac{1}{2}(1 - i\sqrt{3})$):

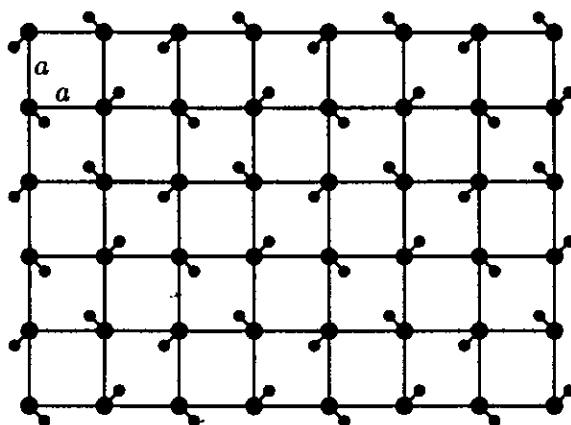
C_6	E	C_6	C_3	C_2	C_3^2	C_6^5
Γ_1	1	1	1	1	1	1
Γ_2	1	-1	1	-1	1	-1
Γ_3	1	ω	ω^2	1	ω	ω^2
Γ_4	1	ω^2	ω	1	ω^2	ω
Γ_5	1	$-\omega$	ω^2	-1	ω	$-\omega^2$
Γ_6	1	$-\omega^2$	ω	-1	ω^2	$-\omega$

Som hvilke irreducible representasjoner av C_6 vil E_1 -representasjonen av C_{6v} transformere?

- d) Hvordan vil en multiplett som i situasjon (A) transformerte som en E_1 -representasjonen av C_{6v} oppføre seg når vi forandrer konfigurasjonen til situasjon (B)?
- e) Hvordan vil en multiplett som i situasjon (A) transformerte som en E_1 -representasjonen av C_{6v} oppføre seg når vi forandrer konfigurasjonen til situasjon (C)?

Oppgave 3:

Se på et uendelig todimensjonalt gitter med symmetri som vist på figuren under:



- a) Skriv ned symmetrielementene i romgruppen for dette gitteret.
- b) Hva blir punktgruppen for dette gitteret? Tips: Det er en av de gruppene du studerte i oppgave 1.
- c) Hva blir \vec{k} -vektor gruppen for dette gitteret ved Γ -punktet ($\vec{k} = 0$)?
- d) Kan noen av energibåndene til et elektron som beveger seg i dette gitteret forventes å være degenererte ved Γ -punktet?