

NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE
UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:

Navn: Kåre Olaussen

Telefon: 9 3652

Eksamen i fag 74984 Anvendelse av symmetri grupper i fysikken

Mandag 15. desember 1997

Tid: 0900–1500

Tillatte hjelpemidler: (Alternativ B): Godkjent lommekalkulator tillatt.

Rottmann, *Mathematische Formelsammlung*.

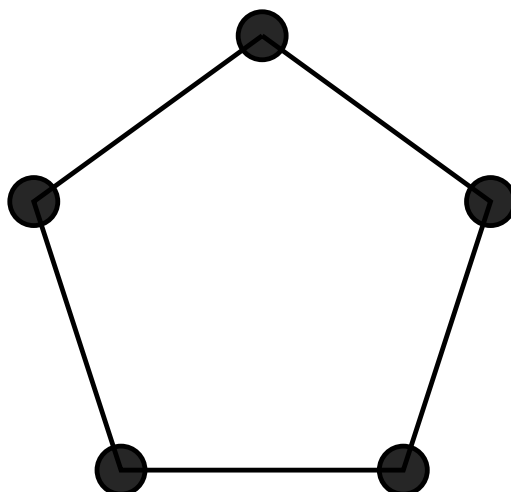
Barnett and Cronin: *Mathematical Formulae*.

Øgrim, *Størrelser og enheter i fysikken*.

Dette eksamens-settet er på 3 sider pluss et generelt vedlegg (karakterstabeller) på 4 sider.

Oppgave 1:

I denne oppgaven skal du se på symmetri gruppen for cyclopentan, C_5H_{10} . For vårt formål kan dette molekylet sees på som en geometrisk struktur bestående av fem like store kuler plassert i hjørnene av en likesidig femkant som ligger i xy -planet, som illustrert ved figuren under.



- a) Finn de symmetritransformasjonene som avbilder denne strukturen på seg selv (i det 3-dimensjonale rom).

Tips: Det er ialt 20 elementer.

- b) Hva er den konvensjonelle betegnelsen på denne gruppen av symmetritransformasjoner?

- c) Hva er det mulige antall elementer i undergruppene til en vilkårlig gruppe av orden 20? Nevn kort hvorfor (du trenger ikke gi detaljert bevis).
- d) Hva vil det si at en gruppe er abelsk? Er den symmetrigruppen vi ser på her en abelsk eller en ikke-abelsk gruppe?
- e) Hva menes med en ekte undergruppe til en gitt gruppe? Hva menes med en invariant undergruppe til gitt gruppe?
- f) Finn de ekte undergruppene til den symmetrigruppen vi ser på her. Angi hvilke av disse som er invariante undergrupper.
- g) Hva er det mulige antall elementer i konjugasjonsklassene til en vilkårlig gruppe av orden 20? Nevn kort hvorfor (du trenger ikke gi detaljert bevis).
- h) Inndel den symmetrigruppen vi ser på her i konjugasjonsklasser.
- i) Hva menes det med en representasjon av en gruppe? Hva menes det med en irreducibel representasjon?
- j) Hvor mange irreducibele representasjoner har denne symmetrigruppen vi ser på her, og av hvilke dimensjoner?
- k) Hva menes det med karakteren til en representasjon? Hvorfor må en gruppe der elementene g og g^{-1} alltid ligger i samme konjugasjonsklasse ha reelle karakterer?
- l) Angi hvilke ortogonalitetsrelasjoner som gjelder for karakterene til irreducibele representasjoner.
- m) Konstruer (så langt du kan) karaktertabellen til den symmetrigruppen vi ser på her.
NB! Dette punktet gis 5-dobbel vekt i sensuren.

Oppgave 2:

I denne oppgaven skal du se på noen symmetri-aspekter ved de molekylære vibrasjonene til cyclopentan. Disse bevegelsene er definert ved små utslag \vec{u}_i , $i = 1, \dots, 5$ av hvileposisjonene til de 5 "atomene" i molekylet.

- a) Settet $\{\vec{u}_i \mid i = 1, \dots, 5\}$ utspenner et 15-dimensjonalt representasjonsrom for den symmetrigruppen vi ser på. Hva blir karakteren til denne representasjonen?
- b) Tre spesielle (i denne sammenheng uinteressante) bevegelsesmønstre svarer til translasjoner av hele molekylet. Disse utgjør en 3-dimensjonal representasjon (som transformerer som en polar vektor) av symmetrigruppen. Hva blir karakteren til denne representasjonen?
- c) Tre spesielle (i denne sammenheng uinteressante) bevegelsesmønstre svarer til rotasjoner av hele molekylet. Disse utgjør en 3-dimensjonal representasjon (som transformerer som en aksial vektor) av symmetrigruppen. Hva blir karakteren til denne representasjonen?
- d) Vibrasjonene transformerer som en 9-dimensjonal representasjon av symmetrigruppen. Finn karakteren til denne, og dekomponer den på de irreducibele karakterene til symmetrigruppen.

- e) Hvilke av vibrasjonsmodene fra forrige punkt vil være aktive for infrarød absorpsjon?
- f) Hvilke av disse vibrasjonsmodene vil være aktive for Raman spredning?

Vedlegg 1:

