Oppg. 1 Løsn.

a) Støt ved tiden $t = 0$. Støtet uelastisk, men impuls bevart. Hast. av blokk og kule etter støt V:

$$mv = (m+M)V \Rightarrow \underline{V = \frac{mv}{m+M}}$$

Bev. ligning for $t > 0$.

$$(m+M)\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \Rightarrow \underline{\underline{\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m+M}x = 0}}$$

Grensebet.: $t = 0$: $x(0) = 0$ $\left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=0} = V$

b) Alminnelig løsn av DL:

$$x(t) = A\sin\omega t + B\cos\omega t, \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}}.$$

A og B best. ved begynnelsesbet.:

$$0 = x(0) \Rightarrow 0 = A\cdot 0 + B\cdot 1 \Rightarrow B = 0$$

$$V = \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=0} = A\omega \Rightarrow A = V/\omega.$$

$$x(t) = \frac{V}{\omega}\sin\omega t \Rightarrow \underline{\underline{x(t) = \frac{mv}{\sqrt{(m+M)k}}\sin\sqrt{\frac{k}{m+M}}\,t}}$$

Max. utslag $\underline{\underline{x_0 = \frac{V}{\omega} = \frac{mv}{\sqrt{m+M}}}}$.

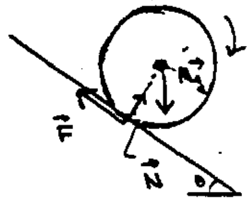
c) Etter støt virker bare den konservative fjærkraften dvs. energien bevares.

$$E = \underbrace{\tfrac{1}{2}(m+M)V^2}_{t=0} = \underbrace{\tfrac{1}{2}k x_0^2}_{t=\pi/2\omega} \Rightarrow$$

$$x_0 = \sqrt{\frac{m+M}{k}}\,V = \sqrt{\frac{m+M}{k}}\,\frac{mv}{m+M} = \underline{\underline{\frac{mv}{\sqrt{(m+M)k}}}}$$

Merk: $M \to \infty$ $x_0 \to 0$
$k \to \infty$ $x_0 \to 0$ } Rimelig.

Oppg 2. Løsn.



a) Kreftene på sylinder: Tyngdekraft $M\vec{g}$,
Reaksjon fra underlag: $\vec{N}+\vec{F}$.
$M\vec{g}$ og $\vec{N}$ angriper gjennom C ∴ kan ikke gi moment om C.

For å få rulling må $\vec{F} \neq 0$ og ha retn. som vist. Bare da fås kraftmoment i ønsket retning.

Bev. ligns:

(1.) Translasjon av CM : $Mg\sin\theta - F = MA$
(2.) Rotasjon om CM : $FR = I\alpha$
(3.) Rulle-betingelse : $V = \omega R$ ∴ $A = \alpha R$.

3 ligns. 3 ukjente F, A, α.

Komb. 2. og 3. ⇒ $F = (I/R^2)A$. Settes inn i (1):

$Mg\sin\theta - (I/R^2)A = MA \qquad A(M + I/R^2) = Mg\sin\theta$

$$\underline{\underline{A = \frac{g\sin\theta}{1 + I/MR^2}}}$$

b) Konstant akselerasjon ⇒

$s = h/\sin\theta = \frac{1}{2}A\tau^2 \quad ∴ \tau = \left(\frac{2h}{A\sin\theta}\right)^{1/2}$ ⇒

$$\underline{\underline{\tau = \frac{1}{\sin\theta}\sqrt{\frac{2h}{g}\left(1 + \frac{I}{MR^2}\right)}}}$$

Uten friksjon: $F = 0$ ⇒ $A = Mg\sin\theta$

$$\underline{\underline{\tau_0 = \frac{1}{\sin\theta}\sqrt{\frac{2h}{g}}}}$$

Merk: I/MR^2 uavh. av M, men kan variere betydelig som sylinder!

$$\underline{\underline{\tau/\tau_0 = \sqrt{1 + \frac{I}{MR^2}}}} > 1$$

Kommentar: $\tau > \tau_0$ rimelig da:

$F \neq 0$ gir mindre akselerasjon (ligns 1). Derav større tid.
Eller: Ved fall h vil pot. energi Mgh → kin. energi. Med $F \neq 0$ vil andel gå til rot. energi ∴ mindre hast. ∴ lengre tid.

b) Suppen vil ikke umiddelbart rotere med boksen. Dermed blir $I_{eff}(\text{suppe}) < I_{eff}(\text{lapskaus})$. Av uttrykket for τ ses da at $\tau_s < \tau_l$. ∴ <u>Suppeboksen ruller hurtigst</u>!

Ellers: Rotasjonsenergien av suppen blir mindre, translasjonsenergien større ∴ Hastigheten større, tiden mindre.

<u>Oppg. 3. Løsn.</u>

a) Def. av C: $\vec{R} = \dfrac{\sum M_i \vec{R}_i}{\sum M_i}$

Origo i M_1 ⇒

$$l_1 = \frac{M_1 \cdot 0 + M_2 \cdot L}{M_1 + M_2} = \underline{\underline{\frac{M_2}{M_1 + M_2} \cdot L}}$$

$$l_2 = L - l_1 = \underline{\underline{\frac{M_1}{M_1 + M_2} L}}$$

$$M_1 >> M_2 \Rightarrow \quad l_1 = \frac{M_2/M_1}{1 + M_2/M_1} L \approx \frac{M_2}{M_1} \cdot L << L.$$

$$l_2 = \frac{1}{1 + M_2/M_1} L \approx L.$$

C ligger tilnærmet i M_1.

$$I_c = \sum M_i l_i^2 = M_1 l_1^2 + M_2 l_2^2 \Rightarrow \underline{\underline{I_c = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} L^2 = M_{red} L^2}}$$

b) Impuls og dreieimpuls bevart i støtet :

Impulsbev: $mv = mw + 2MV$. (1)

Dr. impulsbev: $mvL/2 = mwL/2 + I\omega$. (2)

$1 \Rightarrow \quad v - w = 2\frac{M}{m}V$.

$2 \Rightarrow \quad v - w = \frac{2I}{mL}\omega = \frac{2I}{mL^2}(\omega L)$.

Sml $\Rightarrow$

$$\frac{2I}{mL^2}(\omega L) = 2\frac{M}{m}V \qquad \underline{\underline{\omega L = \frac{ML^2}{I}V = 2V}}$$

idet $I = \frac{1}{2}ML^2$.

Mrk: Resultatet gjelder uavhengig av om energien er bevart eller ikke !

$$\frac{K_T}{K_R} = \frac{\frac{1}{2}(2M)V^2}{\frac{1}{2}I\omega^2} = \frac{4V^2}{(\omega L)^2} = \left(\frac{2V}{\omega L}\right)^2 = \underline{\underline{1}}$$

Lik fordeling på translasjon og rotasjon .