

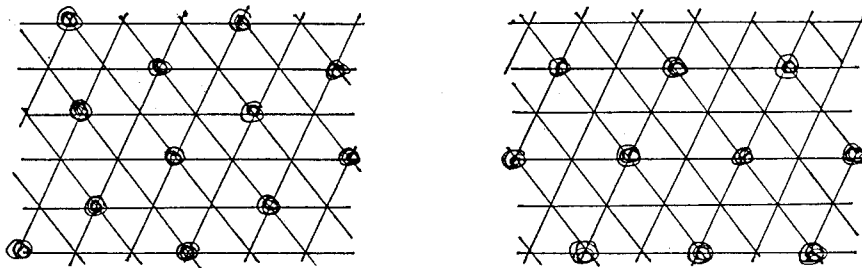
NORGES TEKNISK NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
 INSTITUTT FOR FYSIKK

Professor E.H.Hauge
 Tlf. 93631

EKSAMEN I FAG DIF4941 KRITISKE FENOMENER
 og 74941 KRITISKE FENOMENER
 Tirsdag 25.mai 1999
 kl.0900–1300

Tillatte hjelpemidler: Godkjent lommekalkulator
 Rottmann: Mathematische Formelsammlung
 Barnett and Cronin: Mathematical Formulae

Oppgave 1



- a Figurene viser to ordnete faser på et triangulært gitter av adsorbsjonspunkter. Hvilke av disse fasene kan nås fra en uordnet adsorbsjonsfase via en kontinuerlig faseovergang? Gi en kort begrunnelse for svaret.
- b Ved lave temperaturer er eksitasjonene i den 2–dimensjonale xy–modellen essensielt Gaussiske spinn–bølger. Over Kosterlitz–Thouless temperaturen "våkner" også hvirveleksitasjoner med topologisk ladning

$$q = \frac{1}{2\pi} \oint \vec{dl} \cdot \nabla \phi = \pm 1$$

der ϕ definerer den klassiske spinnvektorens retning i planet. Skisser to slike eksitasjoner på et kvadratisk gitter, en med $q = +1$, og en med $q = -1$.

Oppgave 2

- a Både enkle og mer raffinerte varianter av middelfelt-teori gir "klassiske" verdier for kritiske eksponenter. I kontrast til dette gir selv enkle tilnærmelser basert på RG-teori klart forbedrede verdier for eksponentene. Forklar kort bakgrunnen for dette.
- b En direkteroms RG-transformasjon $H(s) \rightarrow H'(s')$ gir avbildningen $\vec{K} \rightarrow \vec{K}'$ i koplingskonstant rommet, der vi for enkelhets skyld antar at $\vec{K} = (K_1, K_2)$ bare har to komponenter. Skisser typiske flytlinjer og forklar hva som menes med relevante og irrelevante egenverdier i denne forbindelse.
- c Som et resultat av RG-transformasjonen finnes den fri energi pr. spinn på formen

$$\omega(\tau, h) = \omega_1(\tau, h) + \frac{1}{\ell^d} \omega_s(\ell^{y_\tau} \tau, \ell^{y_h} h)$$

der $\tau = (T - T_c)/T_c$, h er magnetfeltet og ℓ reskaleringsfaktoren. Bruk dette til å utlede varmekapasitetseksponenten α uttrykt ved y_τ .

- d Bruk videre RG-filosofien til å utlede hyperskalering, $2 - \alpha = d \cdot \nu$.

Oppgave 3

Middelfeltteorien (MF) gir følgende resultat for Fourieromvendingen $\Gamma_{\vec{k}}$ av spinn–spinn korrelasjonsfunksjonen $\Gamma_{ij} = \langle s_i s_j \rangle - \langle s_i \rangle \langle s_j \rangle$.

$$\Gamma_{\vec{k}} = \frac{(1-m^2) v_0}{1 - \frac{\beta}{v_0} (1-m^2) J_{\vec{k}}}$$

der $m = \langle s_i \rangle$ og $J_{\vec{k}} = v_0 \sum_j e^{-i\vec{k} \cdot (\vec{r}_j - \vec{r}_1)} J_{ij}$,

der J_{ij} er vekselvirkningen mellom spinnene i og j .

- a Hvilket kriterium gir dette for kontinuerlig faseovergang fra en homogen uordnet fase til en strukturert ($\vec{k} \neq 0$) eller homogen ($\vec{k} = 0$) ordnet fase ved lavere temperatur?

MF gir presise prediksjoner (av varierende kvalitet) for den kritiske temperatur til (f.eks.) spinn–modeller med nærmeste nabo vekselvirkning, J , på et triangulært gitter:

- b Hvilken T_c gir MF når $h=0$ og $J>0$ (ferromagnetisk kopling)?
- c Hvilken T_c gir MF når $h=0$ og $J<0$ (antiferromagnetisk kopling)?
- d Det kan bevises at entropien pr. spinn for antiferromagneten ($J<0$) på et triangulært gitter er endelig når $h=0$, selv ved $T=0$. Prøv å vise det! Hvilke konsekvenser har dette for fasediagrammet?