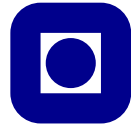


NTNU

Institutt for fysikk



Faglig kontakt under eksamen:
Professor Johan S. Høye
Telefon: 91839082

Eksamen i TFY4165/FY1005 Termisk Fysikk

Mandag 21. mai 2012

15:00–19:00

Tillatte hjelpemidler: Alternativ C

Typegodkjent kalkulator.

Rottman: *Matematisk formelsamling*

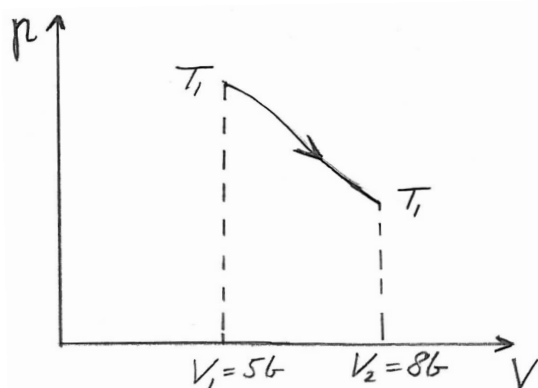
Sensurfrist: 11. juni.

(Hver av oppgavene 1, 2 og 3 teller like mye.)

Dette oppgavesettet er på 4 sider.

Oppgave 1

a)



Et mol gass følger Van der Waals tilstandslikning

$$p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$$

der a og b er konstanter, p er trykket, T er temperaturen og R er gasskonstanten. Den indre energi er da gitt ved

$$U = C_V T - \frac{a}{V} \quad \text{der} \quad C_V = \frac{5}{2}R.$$

Van der Waals gassen skal ekspandere isotermt fra volumet $V_1 = 5b$ til volumet $V_2 = 8b$ ved å følge isoterme $T = T_1$. Beregn arbeidet W langs denne isoterme.

Hvor stor varmemengde Q må tilføres ved denne isoterme prosessen?

b) Van der Waals gassen under punkt a) skal presses gjennom en porøs plugg (Joule-Thomson effekten). Startvolum og starttemperatur er henholdsvis $V_0 = 6b$ og $T = T_0$. Sluttvolumet V_s er så stort at en kan sette $V_s = \infty$. Hva blir sluttemperaturen T_s ? [Hint: Ved Joule-Thomson effekten er entalpien bevart.]

c) Ei varmepumpe leverer en varmemengde $Q_2 = 12,0 \text{ MJ}$ ($1 \text{ MJ} = 10^6 \text{ J}$) til et rom med temperatur $T_2 = 20^\circ\text{C}$. For å avgi denne varmemengden blir det tilført et arbeid $W = 4,8 \text{ MJ}$. Varmeenergi blir hentet fra et sted med temperatur $T_1 = -10^\circ\text{C}$. Hvilken virkningsgrad ε har varmepumpa?

Hvor stor er endringen ΔS i total entropi etter at den oppgitte varmemengden er levert?

Hva er teoretisk sett det minste arbeidet W_m som må tilføres for å levere den oppgitte varmemengden under de gitte forholdene?

Oppgitt: $H = U + pV, \quad dQ = T dS = dU + p dV.$

Oppgave 2

a) Clapeyrons likning for sammenhengen mellom trykket p og temperaturen T ved fase-
likevekt er gitt ved

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V}.$$

Hva er ΔS og ΔV i denne likningen?

Når ${}^3\text{He}$ (helium) smelter (ved svært lav temperatur) er den latente varmen gitt ved

$$L = (aT - b)T$$

der a og b er konstanter (> 0). Videre er $\Delta V = c = \text{konst.}$ Siden L skifter fortegn når T
varierer, vil trykket p ved fase- likevekt ha en minimumsverdi p_0 (ca 29 atm ved ca 0,3 K).
Benytt Clapeyrons likning til å bestemme trykket $p = p(T)$ ved likevekt mellom væske og
fast fase for ${}^3\text{He}$.

b) Når fast stoff løses opp i en væske vil frysepunktet senkes (når ikke noe er oppløst i
fast fase). Uttrykket for frysepunktnedsettelsen for en fortynnet oppløsning er

$$\Delta T = -\frac{RT_0^2}{L_{sm}}x_s$$

Rørsukker med molekylvekt 342 er løst opp i $3,5 \text{ dm}^3$ vann med molekylvekt 18. Smelte-
varmen for is er 333 J/g . Frysepunktnedsettelsen er målt til $-0,14 \text{ K}$. Hvor stor mengde
rørsukker m er løst opp i vannet? [Hint: Bestem først x_s . Mengden sukker betraktes som
neglisjerbar i forhold til mengden vann.]

c) Hvordan forholder indre energi, volum og entropi seg ved ideell blanding når en sammen-
likner med de rene stoffene før blanding?

Anta at for en to-komponent blanding er avviket i Gibbs fri energi ΔG fra ideell blandings-
tilnærmelsen gitt ved

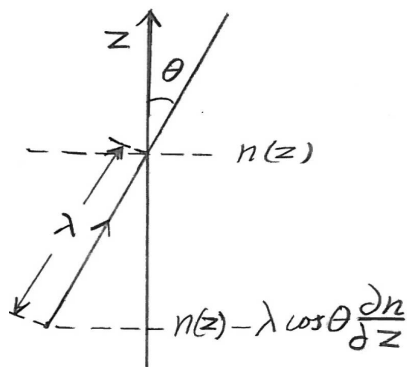
$$\Delta G = aNx_1x_2$$

der a er en konstant ved gitt temperatur T og trykk p . Her er $N = N_1 + N_2$ og $x_i = N_i/N$
der N_i er partikkeltallene ($i = 1$ eller 2). Hva blir de tilhørende avvik i kjemiske potensial
 $\Delta\mu_1$ og $\Delta\mu_2$ for de to komponentene?

Oppgitt: $R = 8,314 \text{ J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$, $\mu_i = \left(\frac{\partial G}{\partial N_i} \right)_{p,T,N_{k \neq i}}$.

Oppgave 3

a)

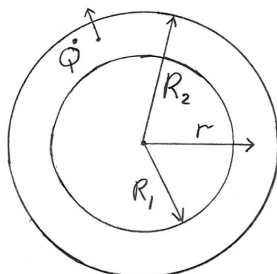


Ved diffusjon er partikkelstrømtettheten gitt ved $\mathbf{j} = -D\nabla n$ der n er partikkeltettheten. Ved å se på netto partikkelstrøm i z -retningen gjennom en flate i posisjonen z kan en bestemme diffusjonskonstanten D for partikler som diffunderer i en gass. Bidraget til partikkelstrømtettheten for partikler med hastighet i retning θ innenfor volumeelementet $d\mathbf{v}$ er gitt ved

$$dj_z = v \cos \theta n F(v) dv$$

der $F(v)$ er hastighetsfordelingen og $n = n(z) - \lambda \cos \theta (\partial n / \partial z)$ som angitt på figuren. Finn netto partikkelstrømtetthet j_z gjennom flaten ved posisjonen z , og bestem så diffusjonskonstanten D uttrykt ved fri veilengde mellom kollisjoner λ og midlere hastighet $\langle v \rangle$.

b)



Betrakt stasjonær varmeledning i radiell retning gjennom et sylindrisk rør med indre radius R_1 og ytre radius R_2 som vist på figuren. Røret har varmeledningsevne κ . Med temperatur T_2 på den ytre flata er temperaturen i avstand r fra sylinderaksen gitt ved

$$T = T(r) = A(\ln r - \ln R_2) + T_2$$

der A er en konstant. Hva er A når temperaturen på den indre flata er T_1 ?

Betrakt en lengde L av røret. Bestem den totale radielle varmestrømmen \dot{Q} på denne rørlengden, og vis at den kan skrives på formen

$$\dot{Q} = C_1(T_1 - T_2),$$

og bestem med det størrelsen C_1 .

c) Det skal legges ekstra isolasjon utenpå røret fra radien R_2 og utover. I dette laget er det en varmestrøm $\dot{Q}_\Delta = C_2\Delta T$ for en temperaturforskjell ΔT gjennom laget. Med temperatur T_2 på den nye ytterflata vil varmestrømmen bli redusert i forhold til tidligere. Hva blir forholdet $F = \dot{Q}_n / \dot{Q}$ mellom den nye varmestrømmen \dot{Q}_n og den tidligere \dot{Q} gitt under punkt b)?

Oppgitt: $\int \cos^{2n} \theta d\Omega = \frac{4\pi}{2n+1}$ (Ω er romvinkel, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$), $\mathbf{j} = -\kappa\nabla T$.