

NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Jan Myrheim
Telefon: 73 59 36 53, mobil 90 07 51 72

Eksamen i fag FY2450 Astrofysikk
Onsdag 16. desember 2009
Tid: 9.00–13.00

Sensurfrist: Onsdag 30. desember 2009

Tillatte hjelpemidler: Kalkulator, matematiske og fysiske tabeller.

En tabell over fysiske konstanter finnes sist i dette oppgavesettet.
Alle deloppgaver teller likt ved sensuren.

Oppgave 1:

- a) Skisser kort, med hjelp av et Hertzsprung–Russell-diagram (HR-diagram), utviklingen av Sola fra den ble dannet av en gass-sky og til den ender som en hvit dverg.
- b) Når, hvor og hvordan er de ulike grunnstoffene som er tyngre enn hydrogen, blitt dannet? Svar ganske kort.
Hvorfor kan disse prosessene bare foregå ved høy temperatur (noen millioner K)?
Hvorfor er noen grunnstoffer, slik som karbon og oksygen, mye vanligere enn andre, slik som gull og sølv? Hva er spesielt med jern i denne sammenhengen?
- c) I vår egen galakse, og i mange andre, ser vi tydelige forskjeller mellom de eldste stjernene (populasjon II) og de som er yngre (populasjon I). Nevn minst to viktige forskjeller.
Hvilken populasjon tilhører Sola?
- d) I vår egen galakse, Melkeveien, observerer vi to typer stjernehopper. Åpne stjernehopper (“open clusters”), også kalt galaktiske stjernehopper, finnes mest innenfor skiven der de fleste stjernene finnes. Kuleformete stjernehopper (“globular clusters”) finnes like mye utenfor som innenfor skiven.
Hvilken av de to typene stjernehopper er de største (inneholder flest stjerner)?
De to typene stjernehopper er også forskjellige når det gjelder alder. Hvordan vet vi det?
Harlow Shapley brukte de kuleformete stjernehopene til å lokalisere sentrum av Melkeveien, og til å måle avstanden dit. Hvordan?

- e) Shapley observerte bl.a. en spesiell type variable stjerner, oppkalt etter en stjerne som heter RR Lyrae (fordi den var den tiende variable stjernen observert i stjernebildet Lyren, de første ni kalles med bokstavene R til Z). RR Lyrae-stjerner kan brukes til å måle avstander på samme måten som en litt annen type variable stjerner, som heter Kefeider (Cepheids), oppkalt etter stjernen δ Cephei.

Hvilken egenskap ved disse stjernene (både RR Lyrae-stjerner og Kefeider) er metoden basert på?

- f) Dersom du observerer en pulsar, hvordan kan du vite at det er en pulsar du observerer? Nevn noen gode grunner til at de fleste astronomer mener at pulsarer er nøytronstjerner.
- g) Hubble-konstanten H_0 er den nåværende verdien av Hubble-parameteren H , som er tidsavhengig. Verdien $H_0 = 70$ (km/s)/Mpc antas å være korrekt innenfor $\pm 5\%$.

Hva er Hubbles lov, og hvordan måler vi H_0 ?

Hubble-tiden $1/H_0$ er omtrent lik alderen til universet. Hvorfor?

Hvor mange år er Hubble-tiden $1/H_0$?

At Hubble-tiden ikke bare er omtrent lik, men er nesten eksakt lik alderen til universet, i følge de nyeste resultatene i kosmologien, regnes som et tilfeldig sammentreff.

- h) Friedmann-modellen for universet forutsetter at massetettheten ρ og energitettheten ρc^2 er konstante i rommet, men varierer med tiden.

Observasjoner, bl.a. av fluktuasjonene i den kosmiske bakgrunnstrålingen, tyder på at universet kan beskrives med en Friedmann-modell der det tredimensjonale rommet er flatt. Betingelsen for at det tredimensjonale rommet er flatt, er at massetettheten ρ har en verdi som er nøyaktig lik den kritiske verdien

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}.$$

Den nåværende verdien av den kritiske massetettheten er

$$\rho_{c0} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} = 9,2 \cdot 10^{-27} \text{ kg/m}^3.$$

Hva blir den tilsvarende kritiske energitettheten $\rho_{c0}c^2$?

Hva er ρ_{c0} uttrykt i solmasser pr. (lysår)³?

Hvis en typisk galakse har 10^{11} solmasser, hva blir den gjennomsnittlige avstanden mellom galaksene dersom galaksene alene utgjør hele den kritiske massetettheten ρ_{c0} ?

Kommentar?

Oppgave 2:

Stjernen Mintaka, også kalt δ Orionis, er lengst til høyre av de tre stjernene i Orions belte. Den er faktisk et stjernesystem som består av fire enkeltstjerner, men to av de fire dominerer fullstendig, fordi de er blå kjempestjerner.

I denne oppgaven tar vi for oss de to kjempestjernene. De klassifiseres i nesten samme spektralklasse, nemlig O9 og B0, og det betyr at begge har en overflatetemperatur på omtrent 30 000 K. Hver av dem har en luminositet som er 70 000 ganger luminositeten til Sola. De går i bane rundt hverandre i en avstand av bare 0,2 AU (astronomiske enheter), med en periode på 5,73 døgn.

- a) De to kjempestjernene må ha omtrent samme radius. Hvorfor?
Beregn radien (se formler side 4), og sammenlign med den oppgitte avstanden mellom stjernene.
- b) Beregn den absolutte størrelsesklassen til hver av de to stjernene (for eksempel ved å sammenligne med Sola, som har absolutt størrelsesklasse +4,8. Se formler side 4).
Den observerte absolutte størrelsesklassen i synlig lys er $-4,3$ for hver av dem. Stemmer det med din beregning?
- c) De to kjempestjernene i Mintaka utgjør et spektroskopisk dobbeltstjernesystem som samtidig er en formørkelsesvariabel.
Forklar hvordan Doppler-effekten gjør det mulig å observere at spektret består av lys fra to stjerner, og dessuten å måle avstanden mellom de to stjernene.
- d) Beregn massen til hver av stjernene, under forutsetning av at de har samme masse.
Vurder om svaret virker fornuftig.
- e) Hva kommer til å skje med de to stjernene når de brenner ut? Begrunn svaret.
(Den som ikke har et svar, kan likevel forklare hvordan svaret burde begrunnes).

Noen fysiske konstanter og formler

Newtons gravitasjonskonstant:	$G = 6,673 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
Lyshastigheten i vakuum:	$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}$
Permeabiliteten i vakuum:	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$
Permittiviteten i vakuum:	$\epsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2) = 8,854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$
Den reduserte Plancks konstant:	$\hbar = h/(2\pi) = 1,055 \times 10^{-34} \text{ J s}$
Elementærladningen:	$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Finstrukturkonstanten:	$\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c) = 1/137,036$
Boltzmanns konstant:	$k = k_B = 1,3807 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
Stefan–Boltzmanns konstant:	$\sigma = 5,6704 \times 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \text{ K}^4)$
Elektronmassen:	$m_e = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg} = 0,511 \text{ MeV}/c^2$
Protonmassen:	$m_p = 1,6726 \times 10^{-27} \text{ kg} = 938,28 \text{ MeV}/c^2$
Nøytronmassen:	$m_n = 1,6749 \times 10^{-27} \text{ kg} = 939,57 \text{ MeV}/c^2$
Jordmassen:	$M_{\oplus} = 5,974 \times 10^{24} \text{ kg}$
Jordradien:	$R_{\oplus} = 6,378 \times 10^3 \text{ km}$
Solmassen:	$M_{\odot} = 1,9891 \times 10^{30} \text{ kg}$
Solradien:	$R_{\odot} = 6,960 \times 10^5 \text{ km}$
Avstanden til Sola (en astronomisk enhet):	$1 \text{ AU} = 1,4960 \times 10^8 \text{ km}$
Hubble-konstanten:	$H_0 = 70 \text{ (km/s)/Mpc}$
	$1 \text{ pc} = 1 \text{ parsec} = 3,26 \text{ lysår}$
	$1 \text{ lysår} = 9,46 \times 10^{15} \text{ m}$

Keplers tredje lov for masser m_1 og m_2 i en ellipsebane med store halvakse a og periode P :

$$P^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G(m_1 + m_2)}.$$

Stefan–Boltzmanns lov (fluks F av svart stråling med temperatur T): $F = \sigma T^4$.

Relasjon mellom tilsynelatende størrelsesklasse (tilsynelatende magnitudo) m og absolutt størrelsesklasse (absolutt magnitudo) M for en stjerne i avstand d :

$$m - M = 5 \log_{10} \left(\frac{d}{10 \text{ parsec}} \right).$$

For to stjerner 1 og 2 gjelder følgende relasjoner:

$$m_2 - m_1 = 2,5 \log_{10} \left(\frac{b_1}{b_2} \right),$$

$$M_2 - M_1 = 2,5 \log_{10} \left(\frac{L_1}{L_2} \right).$$

Der b er tilsynelatende lysstyrke (engelsk: brightness) og L er luminositet (absolutt lysstyrke).