



Faglig kontakt under eksamen:
 Professor II Tor Wøhni
 Telefon: +47 67 16 25 00
 Kontakt i Trondheim:
 Professor Kåre Olaussen, telefon: 9 36 52/45 43 71 70

**Eksamen i FY8401/FY8410/VUF4001 IONISERENDE STRÅLINGS
 VEKSELVIRKNING MED MATERIE**

Onsdag 15. desember 2004
 09:00–15:00

Tillatte hjelpemidler: Alternativ C

Godkjent lommekalkulator (dvs. enkel ikke-programmerbar lommekalkulator uten alfanumerisk minne)

Matematisk formelsamling av type K. Rottman: *Matematisk formelsamling*,
Schaums Mathematical Handbook, Beta: *Mathematical Handbook* eller lignende.

Se også nedenforstående tabell over fysiske konstanter. Ellers er ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt.

Dette oppgavesettet er på 4 sider.

Constant	Symbol	Value
Atomic mass unit	u	$1.6606 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Avogadro's constant	N_A	$6.0220 \times 10^{26} \text{ kmol}^{-1}$
Bohr magneton	μ_B	$9.2741 \times 10^{-24} \text{ J T}^{-1}$
Bohr radius	a_0	$5.2918 \times 10^{-11} \text{ m}$
Boltzmann constant	k	$1.3807 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
Electron charge	e	$1.6022 \times 10^{-19} \text{ C}$
Fine structure constant	α	7.2974×10^{-3}
Electron radius	r_0	$2.8179 \times 10^{-15} \text{ m}$
Electron rest mass	m_e	$9.1095 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Electron rest energy	$m_e c^2$	0.5110 MeV
Proton rest mass	m_p	$1.6726 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Neutron rest mass	m_n	$1.6749 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Planck constant	h	$6.6261 \times 10^{-34} \text{ Js}$
Planck constant (reduced)	\hbar	$1.0546 \times 10^{-34} \text{ Js}$
Vacuum speed of light	c	$2.9979 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Vacuum permeability	μ_0	$1.2566 \times 10^{-6} \text{ H m}^{-1}$
Vacuum permittivity	ϵ_0	$8.8542 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ J}^{-1} \text{ m}^{-1}$
Atomic weight of iron	A_{Fe}	55.84
Atomic number of iron	Z_{Fe}	26
Density of iron	ρ_{Fe}	$7.874 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$

Oppgave 1.

- Definér eller forklar betydningen av begrepet “midlere ionisasjons- og eksitasjonspotensial”, I .
- Beskriv hvordan Cerenkov-stråling oppstår, og beregn hvilken minimumsenergi et elektron må ha for å produsere Cerenkov-stråling i vann. Brytningsindeksen for vann er 1,33.
- Vis i et diagram skjematisk hvordan kollisjons-stoppingpower S_{col}/ρ og strålings-stoppingpower S_{rad}/ρ for elektroner varierer som funksjon av energien. Bruk f.eks materialene wolfram og vann, og forklar kurveforløpene.

Oppgave 2.

- Forklar begrepet “mass scattering power”, og sett opp ICRU’s uttrykk for denne størrelsen.
- Forklar hvordan mass scattering power varierer med spredderens atomnummer og den aktuelle elektronenergi.
- Beregning av mass scattering power kan i prinsippet gjøres vha Rutherfordtversnittet for “single-scatter”. Hvilke regnetekniske problemer medfører dette, og hvilke fysiske forutsetninger kan man sette for å omgå problemet?

Oppgave 3.

Beskriv de viktigste teknikkene for å moderere nøytroner. Hvilke materialer brukes?

Oppgave 4.

Et kvalitativt overslag på grunntilstandsenergien til hydrogenlignende atomer kan finnes fra energifunksjonen $E(\rho) = T(\rho) + V(\rho)$, med estimatene

$$T(\rho) = \frac{\hbar^2}{2m_e\rho^2}, \quad V(\rho) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0\rho}, \quad (1)$$

når ρ er den typiske størrelsen til atomet.

- Skisser hvordan det kan argumenteres for estimatet for $T(\rho)$ ved bruk av Heisenberg’s usikkerhetsrelasjon,

$$\Delta p_i \Delta r_i \geq \frac{1}{2}\hbar, \quad \text{der } \Delta p_i = \sqrt{\langle p_i^2 \rangle - \langle p_i \rangle^2}, \quad \text{og } \Delta r_i = \sqrt{\langle r_i^2 \rangle - \langle r_i \rangle^2}. \quad (2)$$

- La ρ_{min} være den verdien av ρ som minimaliserer $E(\rho)$.
 - Hvordan avhenger utstrekningen til grunntilstanden, ρ_{min} , av kjerneladningen Z ?
 - Hvordan avhenger grunntilstandsenergien $E_{\text{min}} \equiv E(\rho_{\text{min}})$ av kjerneladningen Z ?
- Sett $Z = 1$ og finn de fullstendige uttrykkene for ρ_{min} og E_{min} . Uttrykk svarene ved finstrukturkonstanten $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c}$, elektronets Comptonbølgelengde $r_e = \frac{\hbar}{m_e c}$, og elektronets hvilemasse $m_e c^2$.

- d) Ved fotoelektrisk effekt observerer man absorpsjonskanter (en diskontinuerlig økning i absorpsjonstverrsnittet $\sigma_{p,e}$) når fotonet akkurat har nok energi til å frigjøre elektronet fra en bundet tilstand. Bruk resultatet fra foregående punkt til å estimere K-absorpsjonskanten for jern. Angi svaret i keV.

Ved spontan emisjon er den differensielle sannsynligheten for overganger til en tilstand der fotonet har energi $\hbar\omega_\gamma = E_i - E_f$ og retning $\hat{p}_\gamma = \sin\vartheta \cos\varphi \hat{e}_x + \sin\vartheta \sin\varphi \hat{e}_y + \cos\vartheta \hat{e}_z$ gitt som

$$d^2w_{fi} = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \right) \frac{\omega_\gamma^3}{c^2} |\mathbf{x}_{fi} \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{k},r}|^2 \frac{d^2\Omega_\gamma}{2\pi}. \quad (3)$$

der $\mathbf{x}_{fi} = \int d^3x \psi_f^*(\mathbf{x}) \mathbf{x} \psi_i(\mathbf{x})$.

- e) Verifiser at ligning (3) er dimensjonsmessig korrekt, dvs. at d^2w_{fi} har dimensjon s^{-1} .
- f) Hvordan tror du levetiden til f.eks. $2p_z$ -tilstanden i et hydrogenlignende atom vil avhenge av kjerneladningen Z ?

Oppgave 5.

- a) Skriv ned de relativistiske uttrykkene for energien E og impulsen \mathbf{p} til en fri partikkel med (hvile-)masse m som beveger seg med hastigheten \mathbf{v} . Finn herav et uttrykk for $(E/c)^2 - \mathbf{p}^2$ (energi-impuls-relasjonen). Hva er den tilsvarende relasjonen for et foton?
- b) Betrakt en parproduksjonsprosess der et foton absorberes i feltet fra en atomkjerne (som er i ro), og det dannes et positron-elektron-par med energier E_+ og E_- . Sett opp ligningene for impuls- og energibevarelse. (Dvs \mathbf{p}_γ uttrykt ved \mathbf{p}_+ , \mathbf{p}_- og \mathbf{q} , og E_γ uttrykt ved E_+ og E_- . Her er \mathbf{q} rekylimpulsen til kjernen). Neglisjer rekylenergien til kjernen.
- c) Rekyl-impulsen (\mathbf{q}) til kjernen kan *ikke* neglisjeres. Vis dette ved å anta motsatsen, dvs at $\mathbf{q} = 0$. [Hint: Sett $\mathbf{q} = 0$, uttrykk $E_\gamma^2/c^2 - \mathbf{p}_\gamma^2$ ved de andre størrelsene, og konkluder ut fra dette.]
- d) Hva er terskelenergien, $(E_\gamma)_{\min}$, når parproduksjonen skjer på en tung partikkel som en atomkjerne? Hvor stor er impulsoverføringen $|\mathbf{q}|$ til kjernen ved terskelen? Påvis at rekylenergien til kjernen er neglisjerbar ved terskelen.
- e) Når en "prosjektil"-partikkel med masse m og ladning $+e$ (eller $-e$) kolliderer med en (uendelig tung) atomkjerne med ladning Ze , sier (den klassiske og ikke-relativistiske) Larmor-formelen at den utstrålte effekten er proporsjonal med kvadratet av akselerasjonen. Bruk dette til å argumentere kvalitativt for hvordan bremsestrålingstverrsnittet avhenger av Z og m .
- f) Det ikke-relativistiske tverrsnittet for fotoelektrisk emisjon av et elektron fra et *hydrogenlignende* atom kan i Born-tilnærmelsen skrives på formen

$$\sigma_{\gamma,e} = \frac{256}{3} \alpha\pi \left(\frac{a_B}{Z} \right)^2 \left(\frac{E_B}{E_\gamma} \right)^{7/2}.$$

Hva står symbolene α , a_B , Z , E_B og E_γ i dette uttrykket for?

Oppgave 6.

- a) Et legeme består av ustabile atomer. Overgangssannsynligheten pr. sekund og pr. atom for desintegrasjonsprosessen er w_{fi} . Hva er levetiden τ for atomet?
- b) For radium er levetiden 2308 år. En bit radium veier 1 gram. Hvor mange desintegrasjoner skjer pr. sekund i radiumbiten?
- c) Hvor lang tid tar det før antallet radiumkjerner er redusert til en firedel av det opprinnelige antallet?
- d) Radiumbiten ligger skjermet av et materiale som har absorpsjonskoeffisient $\kappa = 21 \text{ cm}^{-1}$ for absorpsjon av α -partiklene som radiumet emitterer. Skjermingen har tykkelse $d = 3 \text{ mm}$. Hvor stor del av α -partiklene passerer skjermingen?

Oppgitt:

Atomvekt for radium: $A_{\text{Ra}} = 226.02$,

Halveringstid for radium: $\tau_{1/2} = 1600 \text{ år}$.