NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Navn: Helge Redvald Skullerud
Tlf: 73593625

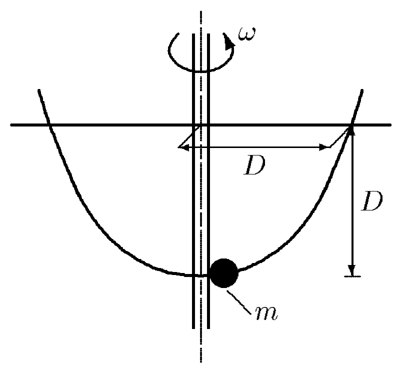
EKSAMEN I FAG SIF 4002 FYSIKK

Onsdag 3. mai 2000
Tid: 0900-1500
Sensur: Uke 21

Hjelpemidler: B2 - Godkjent lommekalkulator
Rottmann/Matematisk formelsamling

Ved karaktersettingen teller alle 7 deloppgaver likt.

Oppgave 1



En bøyle, formet som en fjerdegradskurve

$$y/D = \frac{1}{2}(x/D)^2[1 + (x/D)^2]$$

er festet til en vertikal aksel ($x = 0$) med diameter d. En horisontal avstiver i posisjon $y = D$ er festet til både bøyle og aksel.

Ei kule med masse m og diameter a og med et gjennomgående hull er tredd inn på bøylen, og kan gli langs denne med neglisjerbar friksjon.

Kulediameteren a og akseldiameteren d kan antas små i forhold til 'bøyledimensjonen' D.

Tyngdens akselerasjon er g.

Ved tid $t = 0$ er hele systemet i ro, med kula hvilende mot akselen. Akselen – med bøyle og avstiver – settes så i rotasjon, med vinkelhastighet ω langsomt økende fra null.

Når vinkelhastigheten passerer en nedre grense ω_A, begynner kula å skli utover bøylen. Med økende ω klatrer kula høyere og høyere på bøylen, inntil den stoppes av avstiveren ved en vinkelhastighet ω_B.

Finn – ved å kreve 'kraftbalanse i bøyleretningen dy/dx' – uttrykk for vinkelhastighetene ω_A og ω_B.

Beregn så de tilsvarende rotasjonsfrekvensene f_A og f_B (omdreininger pr. sekund) numerisk, når $D = 0.4\,m$ og $g = 9.8\,m/s^2$.

OPPGITT:

$$a_r = -v^2/r = -\omega^2 r \quad \text{Radialakselerasjon ved uniform rotasjon}$$

Oppgave 2

Ei arbeidsbrakke har vegger laget av tre ytterpanel med styroporplate innafor som isolasjon. Styroporplata er på innsida dekket av tynn papp – som vi skal se bort fra i denne oppgaven.

Ytterpanelet har tykkelse ℓ_P og varmeledningsevne λ_P, mens styroporen har tykkelse ℓ_S og varmeledningsevne λ_S.

Temperaturen på utsida av ytterpanelet er T_y, og på innsida av styroporen T_i.

Finn uttrykk for temperaturen T_m på grenseflaten mellom panel og styropor, og for varmestrømtettheten J_Q $[W/m^2]$ gjennom veggen.

Anta så at brakka kan approksimeres som en kubus med sidekant h, og med samme temperatur på alle ytterflater. For enkelhets skyld ser vi bort fra vindu og dør, og regner som om gulv og tak var konstruert på samme vis som veggene (som de helt sikkert ikke vil være i praksis).

Brakka varmes opp med en varmeovn med regulerbar effekt P. Finn uttrykk for hvor stor P må være for å gi en spesifisert T_i ved gitt T_y.

Sett så inn tallverdier: $\ell_P = 1\,cm$, $\ell_S = 2\,cm$, $\lambda_P = 0.08\,W/m \cdot K$, $\lambda_S = 0.010\,W/m \cdot K$, $T_y = -15\,°C$, $T_i = 18\,°C$ og $h = 2.5\,m$; og beregn effekten P numerisk.

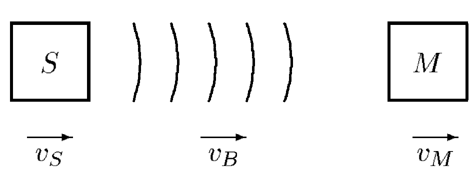
Synes du resultatet ser rimelig ut?

OPPGITT:

$J_Q \quad = \quad -\lambda\,\mathrm{dT/dx}$ Fouriers lov for varmeledning

Oppgave 3

a.



En lydbølge sendes ut av en sender S, og mottas av en mottaker M. S og M beveger seg med hastigheter v_S og v_M i forhold til mediet bølgen forplanter seg i, og bølgehastigheten i mediet er v_B.

Hvis senderen sender ut et signal med frekvens f_S, vil mottakeren registrere et signal med frekvens

$$f_M = f_S \frac{1 - v_M/v_B}{1 - v_S/v_B} \qquad \text{Dopplers formel}$$

Vis dette.

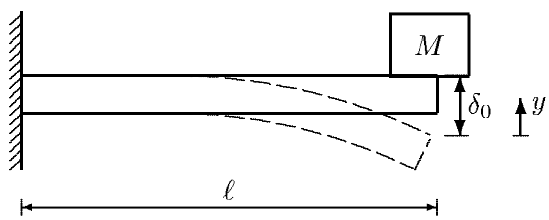
(Det greieste er å kanskje å ta utgangspunkt i 'bølgen i mediet', av form $\xi(x,t) \propto \cos(kx - \omega t)$, og finne ut hvordan denne ser ut sett fra sender og mottaker.)

b.

SONAR – 'sound navigation and ranging' – er basert på utsendelse av høyfrekvente lydbølger med etterfølgende deteksjon av reflekterte bølger. I avanserte systemer måles både tid fra utsendelse til tilbakekomst og frekvensforskyvningen.

Ei hvalskute er utstyrt med et avansert SONAR-system, som sender ut undervanns lydbølger med frekvens $f_0 = 25.0\,kHz$.
Skuta ligger i ro, mens en tillitsfull vågehval svømmer under vanns mot skuta med en fart v_H.
Tidsforsinkelsen fra en lydpuls sendes ut til den reflekterte pulsen mottas, er $\Delta t = 0.25\,s$, og frekvensen på det reflekterte signalet er $f_R = 25.2\,kHz$.
Lydhastigheten i vann er $v_B = 1480\,m/s$.
Hva er avstanden ℓ_H mellom skute og vågehval og farten v_H til vågehvalen?

Oppgave 4



En horisontal bjelke er fast innspent i den ene enden, og belastet med en masse M i den andre, frie enden. Bjelken har horisontal bredde a, høyde h og lengde ℓ, og elastisk strekkmodulus E.

Bjelkens egenvekt kan i denne oppgaven neglisjeres i forhold til lasten M.
Tyngdens akselerasjon er g.
Massen M gir enden av bjelken en statisk nedbøyning δ_0, som antatt $\delta_0 \ll \ell$ kan skrives som

$$\delta_0 = \; Mg\ell^3/(3E\mathcal{I})$$
$$\text{hvor} \quad \mathcal{I} = ab^3/12 \quad \text{er flatetreghetsmomentet til bjelken}$$

a.

Hvis bjelkeenden forskyves vertikalt ut fra statisk likevektsposisjon og slippes, vil den komme i harmoniske svingninger, som – hvis vi ser bort fra dempning – kan beskrives med en differensiallikning av form

$$\ddot{y} + \omega_0^2\, y = 0$$

hvor y er avviket fra likevektsposisjon og $\omega_0^2 = g/\delta_0$.
Vis dette.
Anta så at $a \times b \times \ell = 0.04 \times 0.08 \times 4\,m^3$, $M = 250\,kg$, $g = 9.8\,m/s^2$ og $E = 2 \cdot 10^{11}\,Pa$, og finn ω_0 og svingeperioden T numerisk.

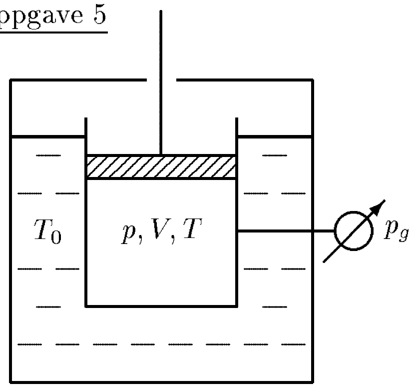
b.

Massen M består av fem like tunge sekker med sand. Ved tid $t < 0$ er bjelken i ro, og belastet med fire av de fem sekkene.
Den femte sekken slippes så ned på de øvrige, og faller fritt en høyde h før den treffer dem – i hva vi kan kalle et 'perfekt uelastisk støt' – ved tid $t = 0$.
Hva er bjelkeendens posisjon (relativt likevektsposisjon med full last M) og hastighet rett etter treffet, $y(0^+)$ og $\dot{y}(0^+)$, uttrykt ved g, h og δ_0?
Løsningen av differensiallikningen for $y(t)$ kan skrives på form

$$y(t) = A\cos(\omega_0 t + \phi)$$

Hva er amplituden A og fasevinkelen ϕ, uttrykt ved $y_0 \equiv y(0^+)$, $v_0 \equiv \dot{y}(0^+)$ og ω_0?
Bestem tilslutt A og ϕ numerisk, for tilfellet $\omega_0 = 8\,s^{-1}$, $\delta_0 = 0.15\,m$ og $h = 0.6\,m$.

<u>Oppgave 5</u>



En mengde gass er innesluttet i en beholder med variabelt volum V.
Beholderen er senket ned i et 'termisk bad' med konstant temperatur T_0. Overtrykket p_g i beholderen kan leses av med et manometer.

Ved 'forsøkets begynnelse' er trykket i beholderen lik det ytre trykk $p_0 = 1\,atm$, temperaturen er $T = T_0$ og volumet er V_0.
Gassen komprimeres så hurtig (adiabatisk kompresjon), og man leser av et overtrykk $p_1 - p_0 \equiv p_{g1}$. Ved kompresjonen vil temperaturen ha økt til $T_1 > T_0$ og volumet ha avtatt til $V_1 < V_0$ – men T_1 og V_1 måles ikke.
Volumet holdes så konstant, og med tiden innstiller det seg ny temperaturlikevekt, $T \stackrel{t\to\infty}{\longrightarrow} T_0$, og overtrykket faller til en ny verdi $p_2 - p_0 \equiv p_{g2}$, som måles.
Fra de målte overtrykkene – som kan antas små i forhold til p_0 – kan man finne 'adiabatkonstanten' $\gamma = C_p/C_V$ for gassen, som

$$\gamma = \ln(1 + p_{g1}/p_0)/\ln(1 + p_{g2}/p_0) \approx p_{g1}/p_{g2}$$

Vis dette.
(Det skulle ikke være for vanskelig: Ta først for deg prosessen $(p_0, V_0, T_0) \to (p_1, V_1, T_1)$, og finn T_1/T_0 uttrykt ved p_1/p_0. Ta så for deg prosessen $(p_1, V_1, T_1) \to (p_2, V_1, T_0)$, og finn T_0/T_1 uttrykt ved p_2/p_1. Og har du fått til dette, er du praktisk talt ferdig.)

OPPGITT:

$$\left.\begin{aligned} pV^\gamma &= konst \\ TV^{\gamma-1} &= konst \end{aligned}\right\} \quad \text{'Adiabatlikningene'}$$

$pV = nRT$ Idéell gass-loven

$\ln(1+x) = x - x^2/2 + x^3/3 - x^4/4 + \cdots \stackrel{x \lll 1}{\approx} x$ Taylorrekke